



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

课程 《人工智能原理与技术》

第二章 知识表达与推理



目录

知识表示方法



01



02

命题逻辑与谓词逻辑

归结原理及应用



03



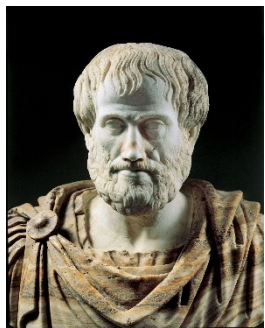
04

逻辑推理案例

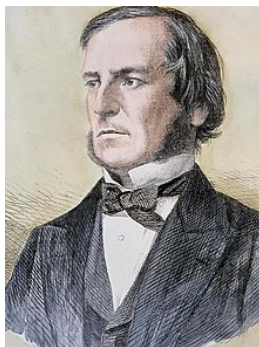


什么是逻辑：进行正确推理和充分论证的研究

符号主义人工智能 (symbolic AI) 就是脱胎于**逻辑推理**



亚里士多德
三段论
Syllogism
deductive reasoning



布尔
数理逻辑
algebraic logic
the law of thought



墨翟
名、辞、说

逻辑关心的问题

- ◆ 从一个或若干前提出发，是否存在一个有效的论证或推理来支持所得到的结论，也就是说在前提和结论之间架构逻辑结构的桥梁。
- ◆ 逻辑是研究推理的一门科学，“逻辑”这一单词起源于希腊单词“**logos**”，表示原因、话语和演讲，其内涵非常类似汉语的“道”，本意都和说话有关，延伸出“道理”之义。
- ◆ 逻辑与推理是人工智能的核心问题。人类思维活动的一个重要功能就是设定一些逻辑规则，然后进行分析，如通过归纳和演绎等手段对现有观测现象由果溯因（归纳）或由因溯果（推理），从观测现象中得到结论。

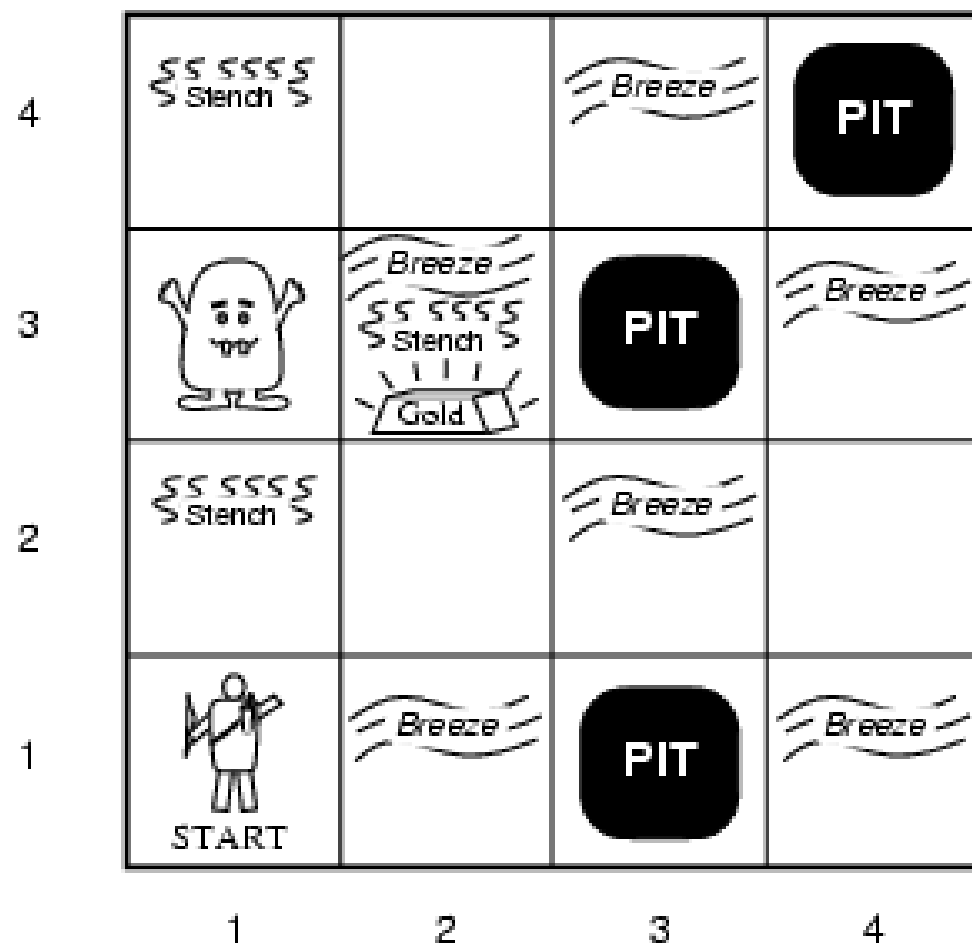


认知基石和燃料是规范化的逻辑知识

- ◆ 认知这个单词“cognition”来源于拉丁语“cognitio”，表示学习和知识。古希腊哲学认为人类理解世界的途径源于“学习技能”和“解释已得知识”两种途径，从而“开始知道”。
- ◆ 早在13世纪末，加泰罗尼（现西班牙境内）诗人、哲学家、逻辑学家雷蒙·卢尔（Ramon Llull）提出了对知识进行规范化描述的“知识树（**Tree of Knowledge**）或科学树（**Tree of Science**）”，这是目前最早的一种对知识进行规范化表示的努力。这种知识树的表示方法深刻影响了莱布尼兹（Leibnitz）所提出的“人类思想字母表（**alphabet of human thought**）”，即对规范化表达知识按照规则进行组合等操作，就可构造思想机器，实现思维的计算。

目前代表性知识表达方法有命题逻辑、谓词逻辑、产生式规则（**production rule**）、框架（**frame**）表示法以及知识图谱等。

Wumpus world



Wumpus 世界环境:

由多个房间组成并连接起来的山洞。

在洞穴某处隐藏着一只 **Wumpus**，会吃掉进入它房间的任何人。Wumpus 周围有臭气 **Stench**

某些房间是无底洞 **PIT**，任何人漫游到这些房间都会被无底洞吞噬。无底洞周围有微风 **Breeze**

生活在该环境的唯一希望是存在发现一堆金子的可能性。

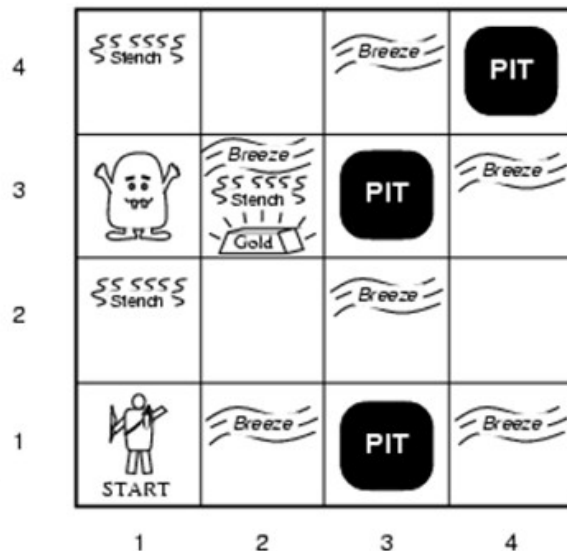
Agent :

可以移动到相邻房间，可以射杀 Wumpus，但是只有一支箭。

Wumpus world PEAS description



- Performance measure
 - 黄金 +1000, 死亡 -1000
 - 每步 -1, 使用箭 -10
- Environment
 - 与怪兽相邻的方块是臭的
 - 无底黑洞旁边的广场有微风
 - 亮光和金子在同一个方块中
 - 如果你面对怪兽射击, 会杀死它
 - 射击会消耗唯一的箭
 - 如果和金子在同一个方块中, 抓取可以获得金子
 - 如果和金子在同一个方块中, 放手可以扔掉金子
- Sensors: 臭味, 风, 发光, 撞击, 尖叫
- Actuators: 向左转, 向右转, 向前, 抓取, 放手, 射击



a percept
[Stench, Breeze, Glitter, Crash, Yell]

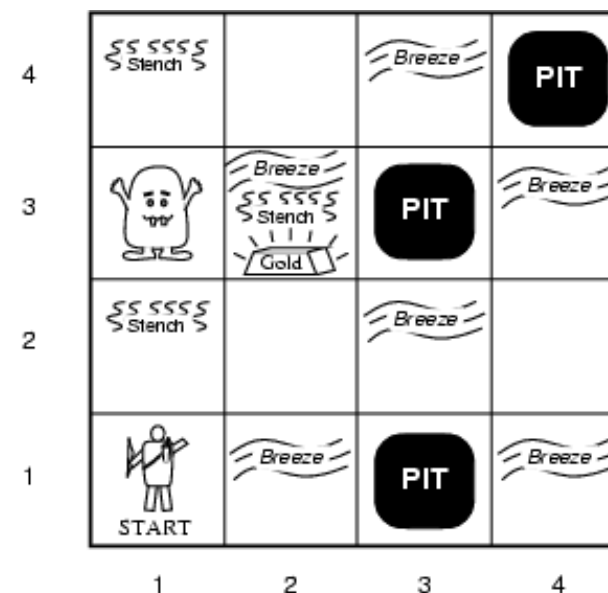
Exploring a wumpus world



首先，定义感知 (状态描述) : [Stench, Breeze, Glitter, Crash, Yell]

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2	3,2	4,2
1,1 A OK	2,1 OK	3,1	4,1

- A** = Agent
- B** = Breeze
- G** = Glitter, Gold
- OK** = Safe square
- P** = Pit
- S** = Stench
- V** = Visited
- W** = Wumpus



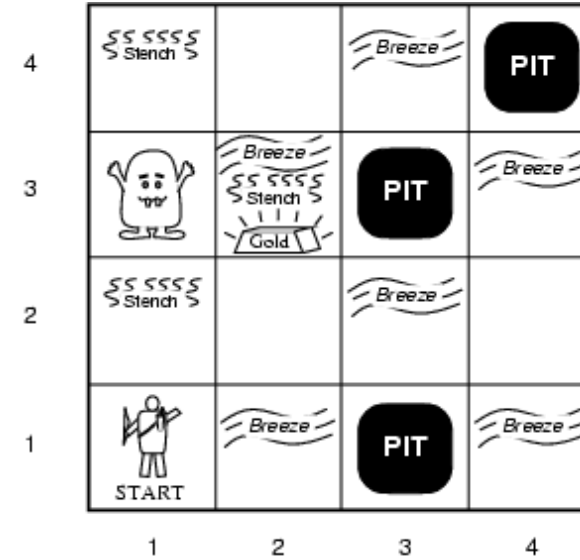
The first percept is [None, None, None, None, None]
conclude [1,2] and [2,1] are OK

Action : [2,1]

Exploring a wumpus world



1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 P?	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1



there must be a pit in [2,2] or [3,1] or both

percept [None,Breeze,None,None,None] in [2,1]

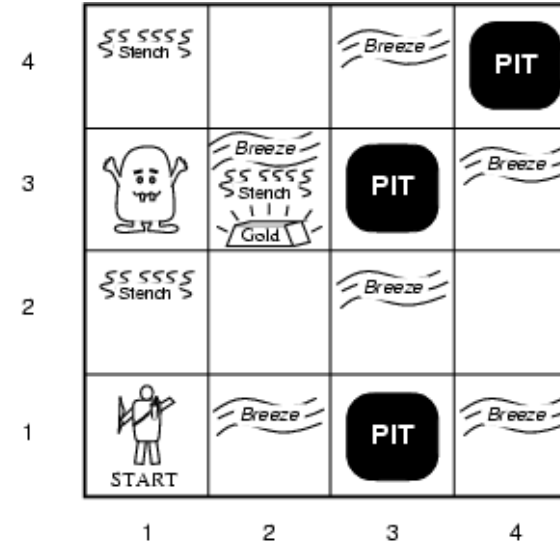
Action : [1,2]

Exploring a wumpus world



1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2 A S OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1

percept [Stench, None, None, None, None] in [1,2]



wumpus is in [1,3].

the lack of a breeze in [1,2] implies no pit in [2,2]

neither a pit nor a wumpus in [2,2], so it is OK

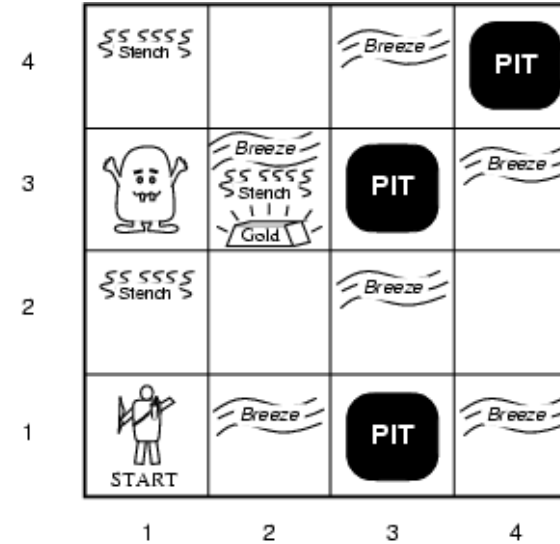
pit in [3,1]

Action : [2,2]

Exploring a wumpus world



1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3 OK	3,3	4,3
1,2 S OK	2,2 A OK	3,2 OK	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1



[2,3] is OK

[3,2] is OK

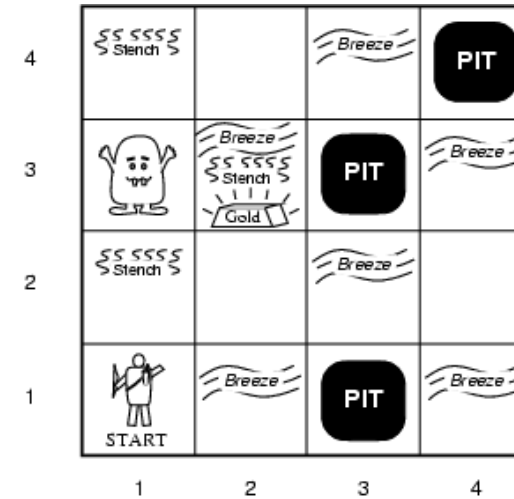
percept [None, None, None, None, None] in [2,2]

Action : [2,3]

Exploring a wumpus world



1,4	2,4 P?	3,4	4,4
1,3 W!	2,3 A S G OK B	3,3 P?	4,3
1,2 S V OK	2,2 V OK	3,2 OK	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1



the agent detects a glitter, so it should grab the gold and then return home.

percept [Stench,Breeze,Glitter,None,None] In [2,3]



知识表示方法



01



02

命题逻辑与谓词逻辑

归结原理及应用



03



04

逻辑推理案例

定义 命题：确定为真或为假的陈述句

命题通常用小写符号来表示，如 p 或者 q 。命题总是具有一个“真值”，它只有两种可能性：真或假，分别用符号T (True) 和F (False) 表示。只有具有确定真值的陈述句才是命题，无法判断真或假的描述性句子不能作为命题

- ◆ 北京是中国的首都 (✓, 真命题)
- ◆ 请出去 (✗, 祈使句)
- ◆ 您去开会吗? (✗, 疑问句)
- ◆ 13能被6整除 (✓, 假命题)
- ◆ 这座山真高啊! (✗, 感叹句)
- ◆ 我正在说谎 (✗, 悖论)

原子命题：不包含其他命题作为其组成部分的命题，又称简单命题。

定义 复合命题：包含其他命题作为其组成部分的命题

命题联结词	表示形式			意义		
与 (and)	命题联结词	表示形式	意义	命题联结词	表示形式	意义
	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”
	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”
	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”
	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”
	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”
或 (or)	命题联结词	表示形式	意义	命题联结词	表示形式	意义
	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”
	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”
	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”
	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”
	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”
非 (not)	命题联结词	表示形式	意义	命题联结词	表示形式	意义
	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”
	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”
	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”
	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”
	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”
条件 (conditional)	命题联结词	表示形式	意义	命题联结词	表示形式	意义
	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”
	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”
	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”
	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”
	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”
双向条件 (bi-conditional)	命题联结词	表示形式	意义	命题联结词	表示形式	意义
	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”	与 (and)	$p \wedge q$	命题合取 (conjunction), 即 “ p 且 q ”
	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”	或 (or)	$p \vee q$	命题析取 (disjunction), 即 “ p 或 q ”
	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”	非 (not)	$\neg p$	命题否定 (negation), 即 “非 p ”
	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”	条件 (conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含 (implication), p 称为前件, q 称为后件, 即 “如果 p , 则 q ”
	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”	双向条件 (bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含 (bi-implication), 即 “ p 当且仅当 q ”

五种主要的命题联结词

主要联结词构成的复合命题的真值表及其涵义说明

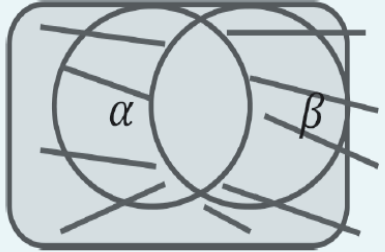
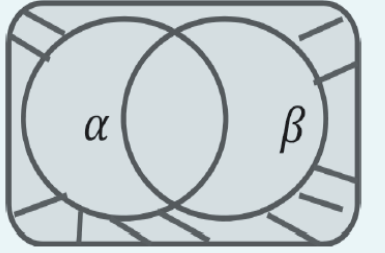
◆ 条件命题联结词中前件为假时，无论后件取值如何，复合命题均为真。

◆ “如果 p ，则 q ($p \rightarrow q$)”定义的是一种蕴含关系，也就是命题 q 包含命题 p (p 是 q 的子集)。 p 不成立相当于 p 是一个空集，而空集是任何集合的子集。因此，当 p 不成立时，“如果 p ，则 q ($p \rightarrow q$)”恒为真。

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T	F	T	T	T	F	T	T	F	T	T	T	F	T	T	T	F	T	T	F	T	T	F
T	F	F	F	F	F	F	T	F	F	T	F	F	T	F	F	F	T	F	F	F	T	F	F	T	F	F	F
T	T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

五种主要联结词构成的复合命题的真值表

表 2.4 若干逻辑等价的解释

$(\alpha \rightarrow \beta) \equiv \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$ (逆否命题)	秋天天气变凉 \rightarrow 大雁南飞越冬 \equiv 大雁没有南飞越冬 \rightarrow 秋天天气没有变凉
$(\alpha \rightarrow \beta) \equiv \neg\alpha \vee \beta$ (蕴涵消除)	α 为假, 则命题恒为真; α 为真, 命题与 β 真值相同
$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ (德摩根定律)	
$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ (德摩根定律)	

若干逻辑等价的解释



为什么要从命题逻辑到谓词逻辑

在命题逻辑中，原子命题是最基本的单位。由原子命题出发，通过使用命题联结词，构成复合命题。命题逻辑只能把复合命题分解为简单命题（即原子命题），无法对原子命题所包含的丰富语义（如个体、部分或全体等）进行刻画。因此，命题逻辑无法表达局部与整体、一般与个别的关系

α : 所有的人都是要死的

β : 苏格拉底是人

γ : 所以苏格拉底是要死的

苏格拉底三段论

虽然苏格拉底三段论是正确的，但无法通过命题逻辑来进行推理判断 ($\alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$)。其中的原因是上述的原子命题蕴涵了个体（苏格拉底）、群体（所有的人）和关系（都是要死的）等内在丰富语义，命题逻辑无法表现这种内在丰富语义。因此，需要引入更加强大的逻辑表示方法，分离其主语（个体或群体）和谓语（关系），这就是谓词逻辑。

无法用命题逻辑来表示苏格拉底三段论

定义 谓词逻辑：刻画主体（个体和群体）之间逻辑关系的方法

在谓词逻辑中，将原子命题进一步细化，分解出个体、谓词和量词，来表达个体与总体的内在联系和数量关系，这就是谓词逻辑的研究内容。

- ◆ 个体：个体是指所研究领域中可以独立存在的具体或抽象的概念。
- ◆ 谓词：谓词是用来刻画个体属性或者描述个体之间关系存在性的元素，其值为真或为假

- 包含一个参数的谓词称为一元谓词，表示一元关系，通常用于刻画个体是否包含特定的属性，如 $P(x)$ ： x 是质数，表示某个数是否是质数；包含多个参数的谓词称为多元谓词，用于表示个体之间的多元关系，通常用于描述个体之间是否存在特定的关联，如 $Father(x, y)$ 表示 x 是 y 的父亲。
- 函数是从定义域到值域的映射；谓词是从定义域到 $\{True, False\}$ 的映射。

从自然语言描述到谓词描述

① Richard 是国王

② Lucy 和 Lily 是姐妹

③ 北京是中国的首都

① King(Richard)。其中，Richard是一个个体常量，King是一个描述“国王”这个一元关系的谓词。

② Sister(Lucy, Lily)。其中，Lucy和Lily是两个个体常量，Sister是一个描述“姐妹”这个二元关系的谓词。

③ Capital(北京, 中国)。其中，北京和中国是两个个体常量，Capital是一个描述“首都”这个二元关系的谓词。

定义 全称量词和存在量词

- ◆ 全称量词：全称量词表示一切的、所有的、凡是、每一个等，用符号 \forall 表示
- ◆ 存在量词：存在量词表示存在、有一个、某些等，用符号 \exists 表示

$\forall x$ 表示定义域中的所有个体， $(\forall x)P(x)$ 表示定义域中的所有个体具有性质 P ； $\exists x$ 表示定义域中存在一个或若干个个体， $(\exists x)P(x)$ 表示定义域中存在一个个体或若干个个体具有性质 P 。

$$\textcircled{1} (\forall x)(A(x) \vee B(x)) \equiv (\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \text{不成立}$$

$$\textcircled{2} (\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \equiv (\forall x)A(x) \wedge (\forall x)B(x) \text{成立}$$

$$\textcircled{3} (\exists x)(A(x) \vee B(x)) \equiv (\exists x)A(x) \vee (\exists x)B(x) \text{成立}$$

$$\textcircled{4} (\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \equiv (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x) \text{不成立}$$

从自然语言描述到谓词描述

(1) 所有的国王都是人

(2) 所有的国王都头戴皇冠

(1) “所有的国王都是人”表示的含义为“对于所有的 x ，如果 x 是国王，那么 x 是人”，其符号化表示为 $(\forall x)(King(x) \rightarrow Person(x))$ 。其中 x 是变量符号，由于 x 受到全称量词的约束，因此 x 是约束变元； $King(x)$ 是一个一元谓词，表示 x 是国王， $Person(x)$ 是一个一元谓词，表示 x 是人。

(2) “所有的国王都头戴皇冠”表示的含义为“对于所有的 x ，如果 x 是国王，那么 x 头戴皇冠”，符号化表示为 $(\forall x)(King(x) \rightarrow Head_On(Crown, x))$ 。其中 x 是变量符号，由于 x 受到全称量词的约束，因此 x 是约束变元； $Crown$ 是一个常量符号，表示皇冠； $King(x)$ 是一个一元谓词，表示 x 是国王， $Head_On(Crown, x)$ 是一个二元谓词，表示 x 头戴皇冠。



知识表示方法



01



02

命题逻辑与谓词逻辑

03



归结原理及应用

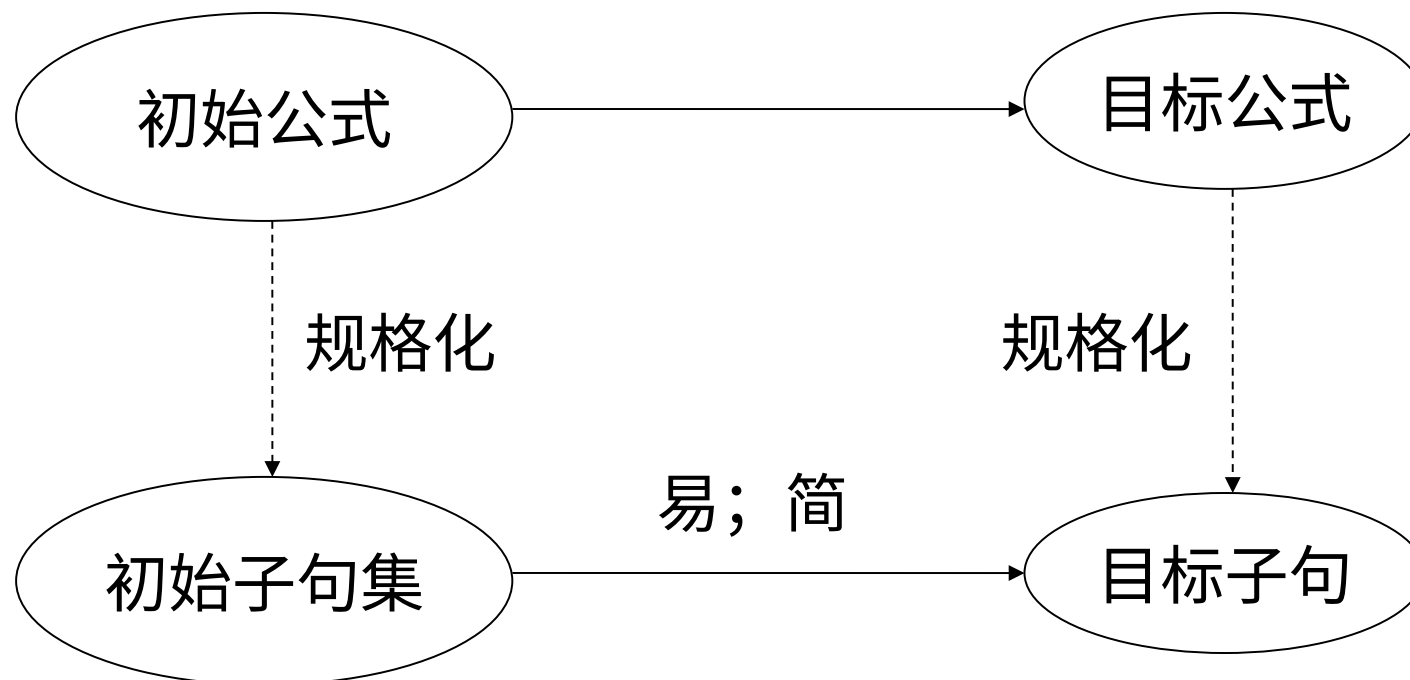
04



逻辑推理案例

1. 为什么要化为子句

$$(\forall x) \{ [\neg P(x) \vee Q(x)] \rightarrow (\exists y) [S(x,y) \wedge Q(x)] \} \wedge (\forall x) [P(x) \vee B(x)]$$





• 子句概念

谓词逻辑中，把原子公式及原子公式的否定统称为**文字**

【定义 4.1】 任何组成合取范式的**析取式**称为子句。

例如 $P \vee Q$ 、 $\neg P(x, f(x), y) \vee Q(y) \vee R(f(x))$ 都是子句

【定义 4.2】 不包含任何文字的子句称为**空子句**，表示为 NIL

由于空子句不包含有文字，它不能被任何解释满足，所以**空子句是永假的，不可满足的**

由子句构成的集合称为子句集

一阶逻辑中，任何一个一阶逻辑公式都可以化成一个子句集

归结原理及应用 - 一阶逻辑化为子句



将一阶逻辑公式化为子句集的步骤:

(1) 消蕴含和等价: 利用 $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$; $P \leftrightarrow Q = (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ 等价关系消去蕴含符“ \rightarrow ”和双条件符“ \leftrightarrow ”

(2) 否定内移: 利用 $\neg \neg P = P$; $\neg (P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$; $\neg (P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$; $\neg (\exists x)P = (\forall x)(\neg P)$; $\neg (\forall x)P = (\exists x)(\neg P)$ 等价关系把否定符号“ \neg ”移到紧靠谓词位置上

(3) 变量标准化: 利用 $(\forall x)P(x) = (\forall y)P(y)$; $(\exists x)P(x) = (\exists y)P(y)$ 等价关系将变量标准化, 即使每个量词采用不同的变量



将一阶逻辑公式化为子句集的**步骤**:

(4) 消去存在量词 \exists :

如果存在量词不在任何一个全称量词的辖域内, 则该存在量词不依赖于任何其它的变量, 因此可用一个新的个体**常量代替** 如将 $(\exists x)P(x)$ 化为 $P(A)$

如果存在量词是在全称量词的辖域内 (如在公式 $(\forall y)((\exists x)P(x, y))$ 中, 变量 x 的取值依赖于变量 y 的取值)

由 **Skolem 函数** ($f(y)$) 表示依赖关系 注意, 函数名应是原合式公式中没有的。

归结原理及应用 - 一阶逻辑化为子句



将一阶逻辑公式化为子句集的**步骤**:

(5) 将公式化为前束形: 把所有全称量词移到公式的左边, 并使每个量词的辖域包含这个量词后面的整个部分, 所得的公式称为**前束形**

(6) 化为合取范式: 利用 $P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$;

$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) = P \wedge (Q \vee R)$ 等价关系将母式化为合取范式 (**子句的合取式**)

(7) 略去全称量词: 母式中的变量都是全称量词量化的变量

(8) 消去合取符号 \wedge , 把母式用**子句集**表示

如: $P \wedge Q$ 可表示为子句集: $P \quad Q$

(9) 子句变量标准化: 重新命名变量, 使每个子句中的变量符号不同

归结原理及应用 - 一阶逻辑化为子句



讲下列一阶逻辑表示化为子句:

【例】 将 $(\forall x)\{[\neg P(x) \vee \neg Q(x)] \rightarrow (\exists y)[S(x,y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$ 化成子句集

转换过程遵照上述 9 个步骤:

$$(1) (\forall x)\{ \neg[\neg P(x) \vee \boxed{\times} Q(x)] \vee (\exists y)[S(x, y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$$

$$(2) (\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee (\exists y)[S(x, y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$$

$$(3) (\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee (\exists y)[S(x, y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall w)[P(w) \vee B(w)]$$

$$(4) (\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee [S(x, f(x)) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall w)[P(w) \vee B(w)]$$

归结原理及应用 - 一阶逻辑化为子句



(5) $(\forall x)(\forall w)$

$\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee [S(x, f(x)) \wedge Q(x)]\} \wedge [P(w) \vee B(w)]$

(6) $(\forall x)(\forall w) \{[P(x) \vee S(x, f(x))] \wedge Q(x) \wedge [P(w) \vee B(w)]\}$

(7) $[P(x) \vee S(x, f(x))] \wedge Q(x) \wedge [P(w) \vee B(w)]$

(8) 子句集为: $P(x) \vee S(x, f(x)); Q(x); P(w) \vee B(w)$

(9) 子句变量标准化后, 最终的子句集为:

$P(x) \vee S(x, f(x)); Q(y); P(w) \vee B(w)$

- **置换和合一**

为了使用推理规则，如假言推理、假言三段论等，一个推理系统必须决定两个表达式是否相同或**匹配**：

两个表达式匹配当且仅当其语法是等价的

一个表达式的项可以是常量、变量或函数，**合一**就是寻找项对变量的**置换**而使表达式一致的过程，合一是人工智能中很重要的过程。

如，为了使公式 $P(x, f(y), B)$ 与 $P(x, f(B), B)$ 匹配，可以用常量 B 代替变量 y ，从而使两个公式一致。称为通个**置换** $\{B/y\}$ 就可使上述公式集**合一**。

- 置换和合一

置换可用有序对的集合 $s = \{t_1/v_1, t_2/v_2, \dots, t_n/v_n\}$ 表示, 其中 t_i/v_i 表示将表达式中所有的变量 v_i 都用项 t_i 代替, t_i 可以是变量、常量或函数。

注意, 一个变量不能用含有同一变量的项来代替, 被置换的一定是变量
一般可用 Es 表示一个表达式 E 用一个置换 s 所得到的表达式的置换。

$$\text{如: } P(z, f(w), A) = (P(x, f(y), A))_s$$

归结原理



- 置换和合一

例如：有表达式 $P(x, f(y), A)$ ，通过不同的置换，可分别得到：

$$P(z, f(w), A)$$

相应的置换为 $s_1 = \{ z/x, w/y \}$

$$P(x, f(B), A) \text{ 相应的置换为 } s_2 = \{ B/y \}$$

$$P(g(z), f(B), A)$$

相应的置换为 $s_3 = \{ g(z)/x, B/y \}$

$$P(C, f(B), A)$$

相应的置换为 $s_4 = \{ C/x, B/y \}$

- 归结原理

归结原理又称为消解原理，它是定理证明基础。

由谓词公式转化为子句集的过程中可以看出，在子句集中子句之间是合取关系，其中只要有一个子句不可满足，则子句集就不可满足。若一个子句集中包含空子句，则这个子句集一定是不可满足的。

归结原理就是基于这一认识提出来的。

【定义 5.1】 若 P 是原子谓词公式，则称 P 与 $\neg P$ 为互补文字。

• 一阶逻辑归结

在一阶逻辑中，子句中含有变量

为将归结原理应用于含有变量的子句，应找出一个**置换**，作用于给定的两个子句，使它们包括互补的文字，然后才能进行归结。

例 1: 子句集 $S = \{P(x) \vee Q(x), \exists P(A) \vee R(y)\}$ ，子句集中的两个子句不能直接归结，但若对子句集先进行置换 $s = \{A/x\}$ ，则两个子句分别为 $P(A) \vee Q(A)$ 和 $\exists P(A) \vee R(y)$ ，这时再进行归结，归结结果为 $Q(A) \vee R(y)$ 。

【定义 5.2】 设 C_1 和 C_2 是两个没有相同变量的子句，并分别表示成两个文字集合 $\{L_i\}$ 和 $\{M_i\}$ ， $\{l_i\}$ 是 $\{L_i\}$ 的一个子集， $\{m_i\}$ 是 $\{M_i\}$ 的一个子集，若 s 是集合 $\{l_i\}$ 和 $\{\neg m_i\}$ 的并集的最简合一者，则称

$$C_{12} = \{\{L_i\} - \{l_i\}\}_s \vee \{\{M_i\} - \{m_i\}\}_s$$

为 C_1 和 C_2 的归结式。

当两个子句作归结时，子集 $\{l_i\}$ 和 $\{m_i\}$ 的选取可能有多种形式，所以得到的归结式不是唯一的。

归结原理



例 2: 设有两个子句 $P(A) \vee \neg Q(x) \vee R(x)$ 和 $\exists P(y) \vee Q(B)$ ，则由如下两种归结方法：

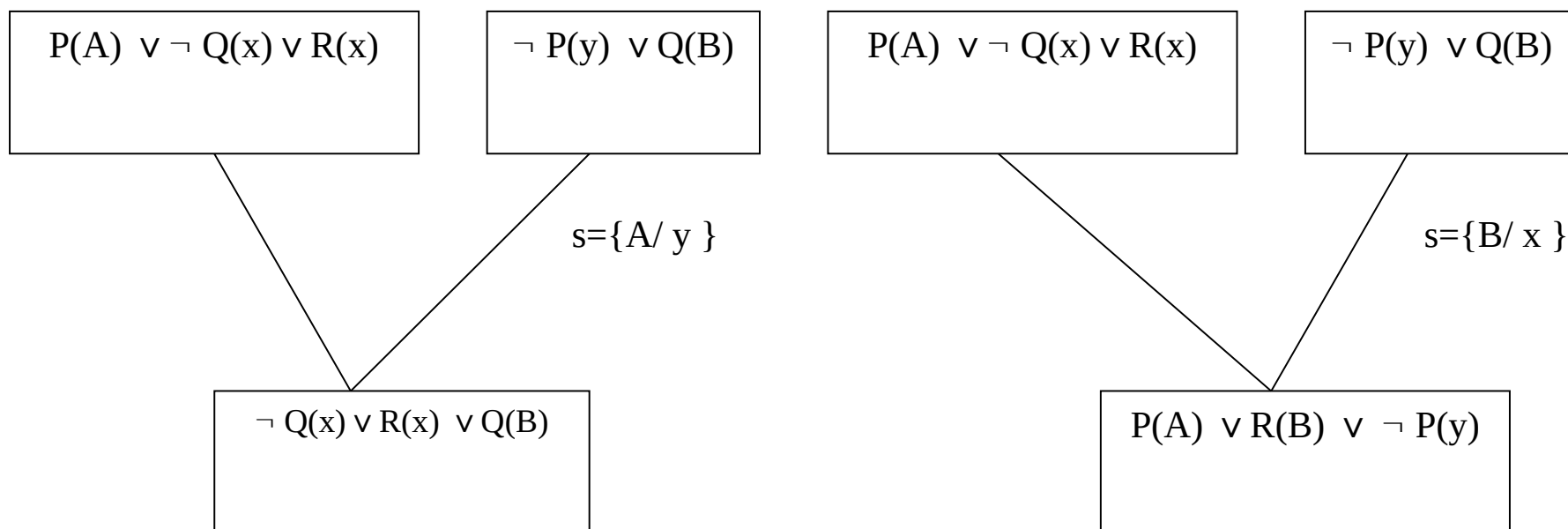
- ① 取 $\{l_i\} = \{P(A)\}$ ， $\{m_i\} = \{\neg P(y)\}$ ， $\{l_i\}$ 和 $\{\neg m_i\}$ 的最简合一者为 $s = \{A/y\}$ ，此时归结结果为 $\exists Q(x) \vee R(x) \vee Q(B)$
- ② 取 $\{l_i\} = \{\neg Q(x)\}$ ， $\{m_i\} = \{Q(B)\}$ ， $\{l_i\}$ 和 $\{\neg m_i\}$ 的最简合一者为 $s = \{B/x\}$ ，此时归结结果为 $P(A) \vee R(B) \vee \neg P(y)$

- **注意：**在求归结式时，**不能同时消去两个互补文字**对，消去两个互补文字对所得的结果不是两个亲本子句的逻辑推论。

归结原理



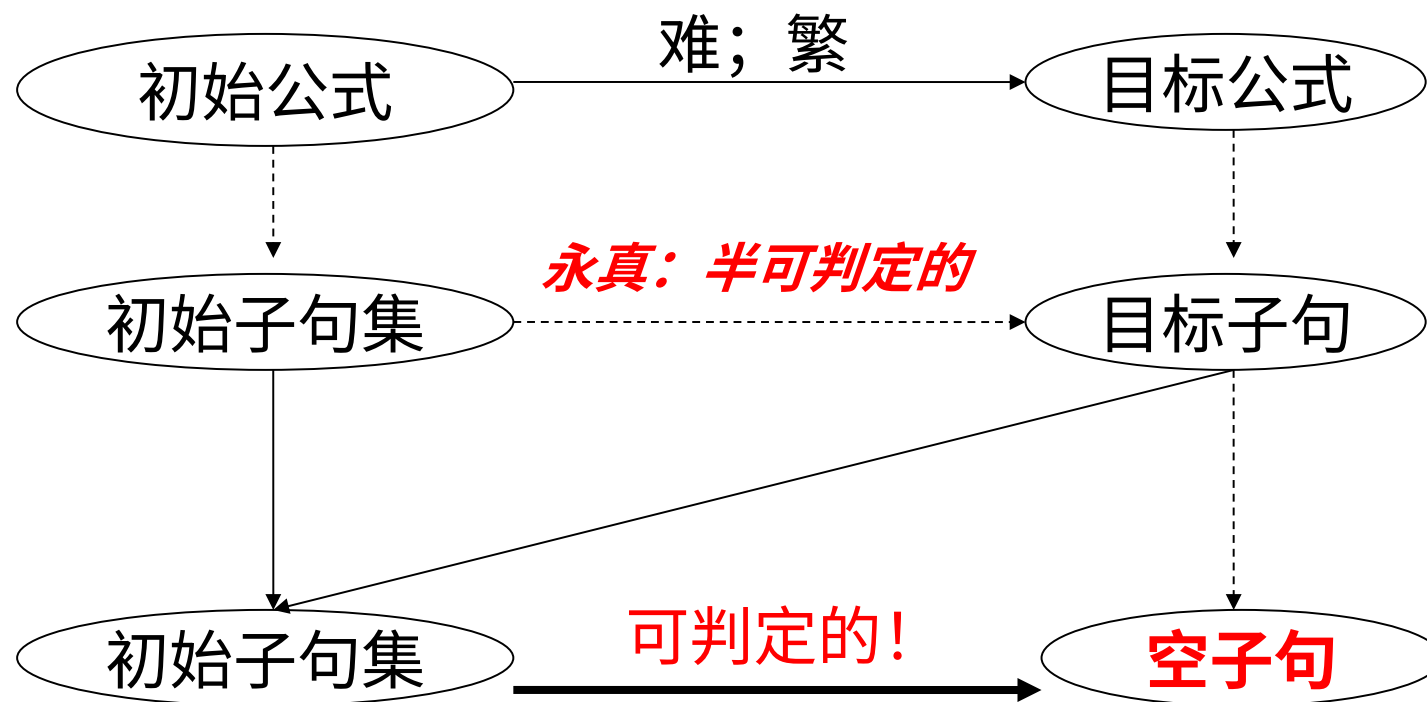
例 2 的归结过程:



归结原理



• 归结反演



• 归结反演

归结反演就是利用归结和反演实现定理的证明

具体过程:

- (1) 将定理证明的前提谓词公式转化为子句集 F
- (2) 将求证的目标表示成合适的谓词公式 G (目标公式)
- (3) 将目标公式的否定式 $\neg G$ 转化成子句的形式, 并加入到子句集 F 中, 得到子句集 S
- (4) 应用归结原理对子句集中的子句进行归结, 并把每次归结得到的归结式都并入 S 中。如此反复进行, 若归结得到一个空子句 NIL , 则停止归结 \square 证明了 G 为真



归结原理的应用

• 应用归结原理进行定理证明

步骤:

设要被证明的定理可用谓词公式表示为如下的形式:

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B$$

(1) 首先否定结论 B ，并将否定后的公式 $\sim B$ 与前提公式集组成如下形式的谓词公式:

$$G = A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \sim B$$

(2) 求谓词公式 G 的子句集 S 。

(3) 应用归结原理，证明子句集 S 的不可满足性。

归结原理的应用



例 6.1]

- 已知前提为 $F: (\forall x) \{ [P(x,y) \wedge Q(y)] \rightarrow (\exists y) [R(y) \wedge S(x,y)] \}$
- 求证结论 $G: \neg (\exists x) R(x) \rightarrow (\forall x) (\forall y) [P(x,y) \rightarrow \neg Q(y)]$ 成立
- 证明：先按前面所讲的方法将前提和结论化为子句集：

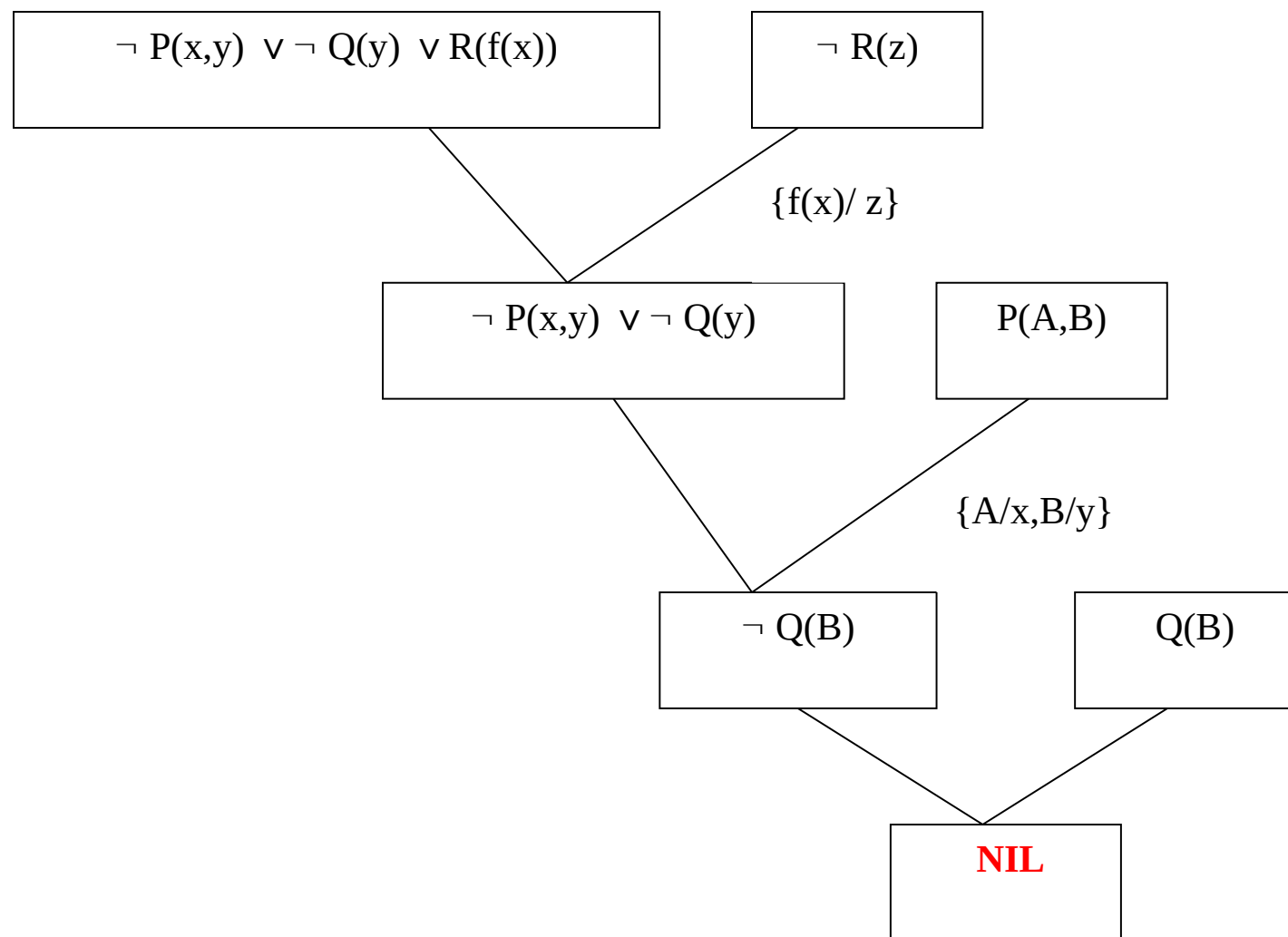
前提 F 所对应的子句集为： $\{ P(x,y) \vee \neg Q(y) \vee R(f(x))$
 $\neg P(x,y) \vee \neg Q(y) \vee S(x, f(x)) \}$

结论 G 否定对应子句集为： $\{ R(z) ; P(A,B) ; Q(B) \}$

归结原理的应用



- 归结过程如下:



归结原理的应用



例 6.2. 已知：某些病人喜欢所有的医生，
没有一个病人喜欢任意一个骗子。

证明：任意一个医生都不是骗子。

证明：知识表示：令

$P(x)$ ： x 是病人 $D(x)$ ： x 是医生

$Q(x)$ ： x 是骗子 $L(x, y)$ ： x 喜欢 y

$A1: \exists x (P(x) \wedge \forall y (D(y) \rightarrow L(x, y)))$

$A2: \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \sim L(x, y)))$

$B: \forall x (D(x) \rightarrow \sim Q(x))$

我们要证明 B 是 $A1$ 和 $A2$ 的逻辑结果，即公式 $A1 \wedge A2 \wedge \sim B$ 是不可满足的。



归结原理的应用

$$A1 = \exists x (P(x) \wedge \forall y (\sim D(y) \vee L(x, y)))$$

$$= \exists x \forall y (P(x) \wedge (\sim D(y) \vee L(x, y)))$$

$$\text{----} \rightarrow \forall y (P(a) \wedge (\sim D(y) \vee L(a, y)))$$

$$A2 = \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (\sim Q(y) \vee \sim L(x, y)))$$

$$= \forall x (\sim P(x) \vee \forall y (\sim Q(y) \vee \sim L(x, y)))$$

$$= \forall x \forall y (\sim P(x) \vee \sim Q(y) \vee \sim L(x, y))$$

$$\sim B = \sim (\forall x (D(x) \rightarrow \sim Q(x)))$$

$$= \exists x (D(x) \wedge Q(x))$$

$$\text{----} \rightarrow D(b) \wedge Q(b)$$

因此，公式 $A1 \wedge A2 \wedge \sim B$ 的子句集为

$$S = \{ P(a), \sim D(y) \vee L(a, y), \sim P(x) \vee \sim Q(y) \vee \sim L(x, y), D(b), Q(b) \}$$

归结原理的应用



S 不可满足的归结演绎序列为:

(1) $P(a)$

(2) $\sim D(y) \vee L(a, y)$

(3) $\sim P(x) \vee \sim Q(y) \vee \sim L(x, y)$

(4) $D(b)$

(5) $Q(b)$

(6) $L(a, b)$ 由 (2)、(4) mgu: $\{b/y\}$

(7) $\sim Q(y) \vee \sim L(a, y)$ 由 (1)、(3) mgu: $\{a/x\}$

(8) $\sim L(a, b)$ 由 (5)、(7) mgu: $\{b/y\}$

(9) \boxtimes 由 (6)、(8)

归结原理的应用



• 利用归结原理求取问题答案

步骤:

- (1) 把已知前提条件用谓词公式表示出来，并化成相应的子句集，设该子句集的名字为 S_1 。
- (2) 把待求解的问题也用谓词公式表示出来，然后将其否定，并与一谓词 ANSWER 构成析取式。谓词 ANSWER 是一个专为求解问题而设置的谓词，其变量必须与问题公式的变量完全一致。
- (3) 把 (2) 中的析取式化为子句集，并把该子句集与 S_1 合并构成子句集 S 。
- (4) 对子句集 S 应用归结原理进行归结，在归结的过程中，通过合一，改变 ANSWER 中的变元。
- (5) 如果得到归结式 ANSWER，则问题的答案即在 ANSWER 谓词中。

归结原理的应用



例 6.3. 任何兄弟都有同一个父亲，

John 和 Peter 是兄弟，且 John 的父亲是 David ，

问 :Peter 的父亲是谁？

解 第一步：将已知条件用谓词公式表示出来，并化成子句集，那么要先定义谓词。

(1) 定义谓词：

设 $Father(x,y)$ 表示 x 是 y 的父亲。

$Brother(x,y)$ 表示 x 和 y 是兄弟。

归结原理的应用



(2) 将已知事实用谓词公式表示出来。

F1 : 任何兄弟都有同一个父亲。

$$\forall x \forall y \forall z (\text{Brother}(x,y) \wedge \text{Father}(z,x) \rightarrow \text{Father}(z,y))$$

F2 : John 和 Peter 是兄弟。

$$\text{Brother}(\text{John}, \text{Peter})$$

F3 : John 的父亲是 David 。

$$\text{Father}(\text{David}, \text{John})$$

(3) 将它们化成子句集得:

$$S1 = \{ \sim \text{Brother}(x,y) \vee \sim \text{Father}(z,x) \vee \text{Father}(z,y), \\ \text{Brother}(\text{John}, \text{Peter}), \text{Father}(\text{David}, \text{John}) \}$$

归结原理的应用



第二步：把问题用谓词公式表示出来，

并将其否定与谓词 ANSWER 作析取。

设 Peter 的父亲是 u ，则有： $\text{Father}(u, \text{Peter})$ 。

将其否定与 ANSWER 作析取，得：

$$G : \sim \text{Father}(u, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(u)$$

第三步：将上述公式 G 化为子句集 S2, 并将 S1 和 S2 合并到 S 。

$$S2 = \{ \sim \text{Father}(u, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(u) \}$$

$$S = S1 \cup S2$$

归结原理的应用



第四步：应用归结原理进行归结

(5) \sim Brother(John,y) \vee Father(David,y)

(1) 与 (3) 归结 $\sigma = \{David/z, John/x\}$

(6) \sim Brother(John,Peter) \vee ANSWER(David)

(4) 与 (5) 归结 $\sigma = \{David/u, Peter/y\}$

(7) ANSWER(David) (2) 与 (6) 归结

第五步：

得到了归结式 ANSWER(David)，答案即在其中，所以 $u = David$ 。

即 Peter 的父亲是 **David**。



知识表示方法



01



02

命题逻辑与谓词逻辑

归结原理及应用



03



04

逻辑推理案例

案例 1：破案推理



案例背景：

在某刑事案件中，一名侦探正在调查一桩**盗窃案**。已知：

- 盗窃发生在**晚上**。
- 犯罪嫌疑人要么是**张三**（ZhangSan），要么是**李四**（LiSi），但不可能是两人一起作案。
- 目击者证实：**罪犯在案发时戴着黑色手套**。
- 调查发现：张三家中有**黑色手套**，但李四没有。
- 另有证据表明：**罪犯作案时必须会撬锁**，但张三不会撬锁，而李四是锁匠。
- 由于犯罪现场没有强行进入的痕迹，说明**罪犯是用撬锁进入的**。

目标：使用**归结原理**进行逻辑推理，确定罪犯是谁。

案例 1：破案推理



(1) 定义谓词

- Suspect(X)：X 是嫌疑人
- BlackGloves(X)：X 有黑色手套
- Criminal(X)：X 是罪犯
- Lock(X)：X 会撬锁
- WearsGloves(X)：X 戴黑色手套
- CrimeEntry(Lock)：犯罪通过撬锁进入

(2) 谓词公式

在某刑事案件中，一名侦探正在调查一桩**盗窃案**。已知：

F1: 罪犯只能是张三或李四：

$$\text{Suspect}(X) \rightarrow (X = \text{ZhangSan} \vee X = \text{LiSi})$$

F2: 罪犯戴黑色手套：

$$\text{WearsGloves}(X) \rightarrow \text{BlackGloves}(X)$$

F3: 张三有黑色手套，李四没有：

$$\text{BlackGloves}(\text{ZhangSan}), \neg \text{BlackGloves}(\text{LiSi})$$

F4: 罪犯必须会撬锁：

$$\text{Criminal}(X) \rightarrow \text{Lock}(X)$$

F5: 张三不会撬锁，李四是锁匠：

$$\neg \text{Lock}(\text{ZhangSan}), \text{Lock}(\text{LiSi})$$

F6: 罪犯作案时是通过撬锁进入的： CrimeEntry (Lock)



案例 1 : 破案推理

(3) 子句集

步骤 1 : 转化为子句集

$S1 = \{ \neg \text{Suspect}(X) \vee (X = \text{ZhangSan} \vee X = \text{LiSi}),$
 $\neg \text{WearsGloves}(X) \vee \text{BlackGloves}(X), \text{BlackGloves}(\text{ZhangSan}),$
 $\neg \text{BlackGloves}(\text{LiSi}), \neg \text{Criminal}(X) \vee \text{Lock}(X),$
 $\neg \text{Lock}(\text{ZhangSan}), \text{Lock}(\text{LiSi}), \text{CrimeEntry}(\text{Lock}) \}$

步骤 2 : 把待求解的问题用谓词公式表示, 并构成析取式

谁是罪犯? $\text{Criminal}(Y)$ 然后, 我们取它的否定:

$\neg \text{Criminal}(Y)$

并与谓词 $\text{ANSWER}(Y)$ 结合形成析取式:

$\neg \text{Criminal}(Y) \vee \text{ANSWER}(Y)$

步骤 3 : 把析取式化为子句集, 并合并到 $S1$, 形成 S

将上述问题的析取式转换为子句集 $S2$:

$S2 = \{ \neg \text{Criminal}(Y) \vee \text{ANSWER}(Y) \}$

合并 $S1$ 和 $S2$:

$S = S1 \cup S2$

案例 1：破案推理



(4) 归结原理归结

步骤 1: 假设张三是罪犯 $\text{Criminal}(\text{ZhangSan})$ ，跟 F4 的子句归结，罪犯必须会撬锁： $\text{Lock}(\text{ZhangSan})$

步骤 2: 已知张三不会撬锁 (F5)： $\neg\text{Lock}(\text{ZhangSan})$ ，

与步骤 1 归结，矛盾 ($\text{Lock}(\text{ZhangSan})$ 和 $\neg\text{Lock}(\text{ZhangSan})$)，

得出结论：张三不可能是罪犯， $\neg\text{Criminal}(\text{ZhangSan})$ 。

步骤 3: 由于 F1 指出罪犯只能是张三或李四： $\text{Criminal}(\text{ZhangSan}) \vee \text{Criminal}(\text{LiSi})$

归结得到： $\text{Criminal}(\text{LiSi})$

步骤 4: 归结到 ANSWER

$\neg\text{Criminal}(Y) \vee \text{ANSWER}(Y)$

与步骤 3 归结： $\text{ANSWER}(\text{LiSi})$

步骤 5: 李四是罪犯!

案例 1 : 破案推理



Python 实 现:

```
# 定义规则和已知事实
def rules_and_facts():
    # 规则 1: 罪犯只能是张三或李四
    def rule1(x):
        return x == "ZhangSan" or x == "LiSi"
    # 规则 2: 罪犯必须戴黑色手套
    def rule2(x):
        return f"WearsGloves({x}) → BlackGloves({x})"
    # 规则 3: 张三有黑色手套, 李四没有
    def rule3():
        return ["BlackGloves(ZhangSan)", "¬BlackGloves(LiSi)"]
    # 规则 4: 罪犯必须会撬锁
    def rule4(x):
        return f"Criminal({x}) → Lock({x})"
    # 规则 5: 张三不会撬锁, 李四是锁匠
    def rule5():
        return ["¬Lock(ZhangSan)", "Lock(LiSi)"]
    # 规则 6: 罪犯作案时是通过撬锁进入的
    def rule6():
        return "CrimeEntry(Lock)"
    return rule1, rule2, rule3, rule4, rule5, rule6
```

```
# 归结推理过程
def reasoning():
    rule1, rule2, rule3, rule4, rule5, rule6 = rules_and_facts()
    # 步骤 1: 假设张三是罪犯
    suspect = "ZhangSan"
    print(f"假设 {suspect} 是罪犯 ")
    # 步骤 2: 根据规则 4 推导出张三必须会撬锁
    print(f"根据规则 4, 罪犯必须会撬锁: Lock({suspect})")
    # 步骤 3: 根据事实, 张三不会撬锁 (规则 5)
    print(f"已知张三不会撬锁: ¬Lock({suspect})")
    # 步骤 4: 得出矛盾 (Lock(ZhangSan) 和 ¬Lock(ZhangSan))
    if "Lock(ZhangSan)" != "¬Lock(ZhangSan)":
        print(f"发生矛盾, 推导出: ¬Criminal(ZhangSan)")
    # 步骤 5: 通过排除法, 得出罪犯只能是李四
    print("由于张三被排除为罪犯, 根据规则 1, 得出: Criminal(LiSi)")
    print("因此, 李四是罪犯: Criminal(LiSi)")
# 执行推理过程
reasoning()
```



案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策

案例背景：

在复杂的城市交叉路口，自动驾驶系统需要根据实时感知信息做出决策：

- 交通信号灯：红灯。
- 前方车辆：前方有一辆汽车正在变道，且其速度较快。
- 行人：行人在斑马线位置，距离车辆较近。
- 紧急情况：后方有急救车正在逼近，且正在发出警报声。
- 路况信息：前方有坑洼路段，限速为 30km/h。

目标：通过归结原理推理出如何安全通过交叉口，避免发生碰撞，同时考虑紧急车辆的优先通行。

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(1) 定义谓词

- TrafficSignal(S, C)：信号灯 S 的状态为 C (红、绿、黄)
- Stop(V)：车辆 V 停止
- Proceed(V)：车辆 V 继续行驶
- SlowDown(V)：车辆 V 减速
- Near(V, O)：车辆 V 靠近对象 O (行人、前方车辆)
- CrossRoadSignal(S, C)：表示交叉车道信号 S 的状态为 C
- PedestrianNear(P)：行人 P 靠近斑马线
- PedestrianFar(P)：行人 P 远离车辆。
- VehicleChangLane(F)：前方车辆 F 变道
- VehicleSpeed(F, S)：前方车辆 F 的速度为 S (快 / 慢)
- EmergencyVehicle(EV)：急救车 EV 逼近。
- SirenActive(EV)：急救车 EV 发出警报。
- Yield(EV)：车辆需要让行急救车 EV
- RoadCondition(R, C)：道路 R 的状态为 C (坑洼、限速等)
- RoadSpeedLimit(R, S)：道路 R 的限速为 S
- SpeedLimit(R, S)：道路 R 的限速为 S km/h。
- Decision(V, A)：车辆 V 的决策为 A (停车、行驶、减速、让行)

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(2) 谓词公式

F1：交通信号规则

如果信号灯是红灯，车辆应停车。

$\text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Red}) \rightarrow \text{Stop}(\text{Vehicle})$

如果信号灯是绿灯，且没有行人在斑马线上，车辆可以行驶。

$\text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Green}) \wedge \neg \text{PedestrianNear}(\text{Pedestrian}) \rightarrow \text{Proceed}(\text{Vehicle})$

如果信号灯是黄灯，且距离交叉口较近，车辆应减速并准备停车。

$\text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Yellow}) \wedge \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{Intersection}) \rightarrow \text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

如果交叉道口有交叉车道信号，且信号允许通行，车辆可以继续行驶。

$\text{CrossRoadSignal}(\text{CrosswalkSignal}, \text{Green}) \rightarrow \text{Proceed}(\text{Vehicle})$

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(2) 谓词公式

F2：行人规则

如果行人处于斑马线上，且与车辆较近，车辆应停车。

$\text{PedestrianNear}(\text{Pedestrian}) \rightarrow \text{Stop}(\text{Vehicle})$

如果行人离车辆较远，车辆可以通过。

$\text{PedestrianFar}(\text{Pedestrian}) \rightarrow \text{Proceed}(\text{Vehicle})$

F3：前方车辆规则

如果前方车辆变道且接近，车辆应减速。

$\text{VehicleChangeLane}(\text{FrontVehicle}) \wedge \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{FrontVehicle}) \rightarrow \text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

如果前方车辆速度过快，且车辆接近，车辆应减速。

$\text{VehicleSpeed}(\text{FrontVehicle}, \text{Fast}) \wedge \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{FrontVehicle}) \rightarrow \text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(2) 谓词公式

F4：紧急车辆规则

如果后方有急救车且正在发出警报，其他车辆必须给急救车让路。

$\text{EmergencyVehicle}(\text{EV}) \wedge \text{SirenActive}(\text{EV}) \rightarrow \text{Yield}(\text{EV})$

F5：路况信息规则

如果前方道路上有坑洼且限速为 30km/h，车辆应减速。

$\text{RoadCondition}(\text{Pothole}) \wedge \text{RoadSpeedLimit}(\text{Road}, 30) \rightarrow \text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

F6：车辆速度规则

如果车辆的速度超过限速，车辆应减速。

$\text{VehicleSpeed}(\text{Vehicle}, \text{Speed}) \wedge \text{Speed} > \text{SpeedLimit}(\text{Road}, S) \rightarrow \text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(3) 子句集

步骤1: 转化为子句集

$$S1 = \{ \neg \text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Red}) \vee \text{Stop}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Green}) \vee \text{PedestrianNear}(\text{Pedestrian}) \vee \text{Proceed}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Yellow}) \vee \neg \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{Intersection}) \vee \text{SlowDown}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{CrossRoadSignal}(\text{CrosswalkSignal}, \text{Green}) \vee \text{Proceed}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{PedestrianNear}(\text{Pedestrian}) \vee \text{Stop}(\text{Vehicle}), \neg \text{PedestrianFar}(\text{Pedestrian}) \vee \text{Proceed}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{VehicleChangeLane}(\text{FrontVehicle}) \vee \neg \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{FrontVehicle}) \vee \text{SlowDown}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{VehicleSpeed}(\text{FrontVehicle}, \text{Fast}) \vee \neg \text{Near}(\text{Vehicle}, \text{FrontVehicle}) \vee \text{SlowDown}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{EmergencyVehicle}(\text{EV}) \vee \neg \text{SirenActive}(\text{EV}) \vee \text{Yield}(\text{EV}), \\ \neg \text{RoadCondition}(\text{Pothole}) \vee \neg \text{RoadSpeedLimit}(\text{Road}, 30) \vee \text{SlowDown}(\text{Vehicle}), \\ \neg \text{VehicleSpeed}(\text{Vehicle}, \text{Speed}) \vee \text{Speed} \leq \text{SpeedLimit}(\text{RoadS}) \vee \text{SlowDown}(\text{Vehicle}) \}$$



案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策

(3) 子句集

步骤 2：把待求解的问题用谓词公式表示，并构成析取式

在当前环境下，自动驾驶车辆的最优决策是什么？

用谓词表示：Decision(V,A) 取其否定：

\neg Decision(V,A)

并与谓词 ANSWER(V,A) 结合形成析取式：

\neg Decision(V,A) \vee ANSWER(V,A)

步骤 3：把析取式化为子句集，并合并到 S1，形成 S

将上述问题的析取式转换为子句集 S2：

$S2 = \{ \neg$ Decision(V,A) \vee ANSWER(V,A) $\}$

合并 S1 和 S2：

$S = S1 \cup S2$

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



(4) 归结原理归结

步骤 1: 假设 $\text{TrafficSignal}(\text{TrafficLight}, \text{Red})$ ，跟 F1 的子句归结，车辆应停车： $\text{Stop}(\text{Vehicle})$

步骤 2: 假设行人靠近车辆 $\text{PedestrianNear}(\text{Pedestrian})$ ，跟 F2 的子句归结，车辆应停车： $\text{Stop}(\text{Vehicle})$

步骤 3: 假设前方车辆变道且车速过快

$\text{VehicleChangingLane}(\text{FrontVehicle}) \wedge \text{VehicleSpeed}(\text{FrontVehicle}, \text{Fast})$ ，

跟 F3 的子句归结： $\text{SlowDown}(\text{Vehicle})$ ，但由于车辆已经停下，减速推理不会影响当前行为。

步骤 4: 假设 $\text{EmergencyVehicle}(\text{EV}) \wedge \text{SirenActive}(\text{EV})$ ，跟 F4 的子句归结： $\text{Yield}(\text{EV})$

步骤 5: 假设 $\text{RoadCondition}(\text{Pothole}) \wedge \text{RoadSpeedLimit}(\text{Road}, 30)$ ，跟 F5 的子句归结：
 $\text{SlowDown}(\text{Vehicle})$

由于步骤 1 和步骤 2 已经归结出 $\text{Stop}(\text{Vehicle})$ ，此规则不会影响最终决策。

步骤 6: 假设 $\text{VehicleSpeed}(\text{Vehicle}, \text{Speed}) \wedge \text{Speed} > \text{SpeedLimit}(\text{Road}, S)$ ，跟 F6 的子句归结：
 $\text{SlowDown}(\text{Vehicle})$ ，

但车辆已经停车，减速无影响。

决策： $\text{Decision}(\text{Vehicle}, \text{Stop}) \wedge \text{Decision}(\text{Vehicle}, \text{Yield}(\text{EV}))$ ，即车辆停车且在急救车到达时给其让行。

案例 2：复杂自动驾驶场景推理与决策



Python 实

现：

```
# 定义规则和已知事实
def rules_and_facts():
    # 规则 1：交通信号规则
    def rule1():
        return [
            "TrafficSignal(Red) -> Stop(Vehicle)",
            "TrafficSignal(Green)  $\wedge$   $\neg$  PedestrianNear(Pedestrian) -> Proceed(Vehicle)",
            "TrafficSignal(Yellow)  $\wedge$  Near(Vehicle, Intersection) -> SlowDown(Vehicle)",
            "CrossRoadSignal(Green) -> Proceed(Vehicle)"
        ]
    # 规则 2：行人规则
    def rule2():
        return [
            "PedestrianNear(Pedestrian) -> Stop(Vehicle)",
            "PedestrianFar(Pedestrian) -> Proceed(Vehicle)"
        ]
    # 规则 3：前方车辆规则
    def rule3():
        return [
            "VehicleChangingLane(FrontVehicle)  $\wedge$  Near(Vehicle, FrontVehicle) -> SlowDown(Vehicle)",
            "VehicleSpeed(FrontVehicle, Fast)  $\wedge$  Near(Vehicle, FrontVehicle) -> SlowDown(Vehicle)"
        ]
    # 规则 4：紧急车辆规则
    def rule4():
        return [
            "EmergencyVehicle(EV)  $\wedge$  SirenActive(EV) -> Yield(EV)"
        ]
    # 规则 5：道路状况规则
    def rule5():
        return [
            "RoadCondition(Pothole)  $\wedge$  RoadSpeedLimit(Road, 30) -> SlowDown(Vehicle)"
        ]
    # 规则 6：车辆速度规则
    def rule6():
        return [
            "VehicleSpeed(Vehicle, Speed)  $\wedge$  Speed > SpeedLimit(Road, 5) -> SlowDown(Vehicle)"
        ]
    return rule1(), rule2(), rule3(), rule4(), rule5(), rule6()
```

```
# 归结推理过程
def reasoning():
    rule1, rule2, rule3, rule4, rule5, rule6 = rules_and_facts()
    # 假设已知事实
    facts = {
        "TrafficSignal(Red)": True,
        "PedestrianNear(Person1)": True,
        "VehicleChangLane(FrontVehicle)": True,
        "VehicleSpeed(FrontVehicle, Fast)": True,
        "EmergencyVehicle(EV)": True,
        "SirenActive(EV)": True,
        "RoadCondition(Pothole)": True,
        "RoadSpeedLimit(Road, 30)": True
    }
    # 归结步骤 1：处理交通信号
    if facts["TrafficSignal(Red)"]:
        print("步骤 1：交通信号是红灯，车辆应停车。")
        decision = "Stop(Vehicle)"
    # 归结步骤 2：行人规则
    if facts["PedestrianNear(Person1)"]:
        print("步骤 2：行人在斑马线上，车辆应停车。")
        decision = "Stop(Vehicle)"
    # 归结步骤 3：前方车辆规则
    if facts["VehicleChangLane(FrontVehicle)"] and facts["VehicleSpeed(FrontVehicle, Fast)"]:
        print("步骤 3：前方车辆变道且速度快，车辆应减速。")
        if decision != "Stop(Vehicle)":
            decision = "SlowDown(Vehicle)"
    # 归结步骤 4：紧急情况
    if facts["EmergencyVehicle(EV)"] and facts["SirenActive(EV)"]:
        print("步骤 4：紧急车辆正在接近，需让行。")
        if decision == "Stop(Vehicle)":
            print("车辆已停车，等待急救车通过后继续行驶。")
        else:
            decision = "Yield(EV)"
    # 归结步骤 5：路况信息
    if facts["RoadCondition(Pothole)"] and facts["RoadSpeedLimit(Road, 30)"]:
        print("步骤 5：前方有坑洼路段，车辆应减速。")
        if decision != "Stop(Vehicle)":
            decision = "SlowDown(Vehicle)"
    print(f"最终决策： {decision}")
reasoning()
```