

工程流体力学 · 不可压黏性流体的内部流动

ENGINEERING FLUID MECHANICS · INCOMPRESSIBLE VISCOUS INTERNAL FLOW

孙东科

dksun@seu.edu.cn

东南大学机械工程学院，江苏南京
School of Mechanical Engineering, Southeast University, China

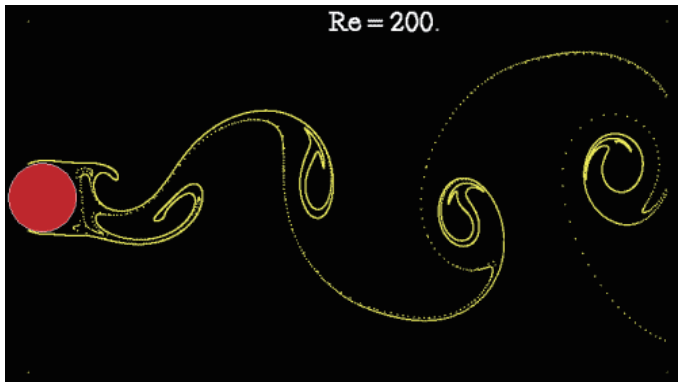
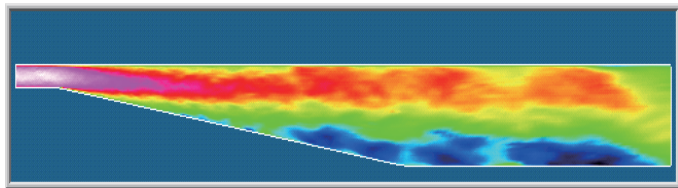
Incompressible Viscous Internal Flow

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

Incompressible Viscous Internal Flow

不可压黏性流体的内部流动 · 引言



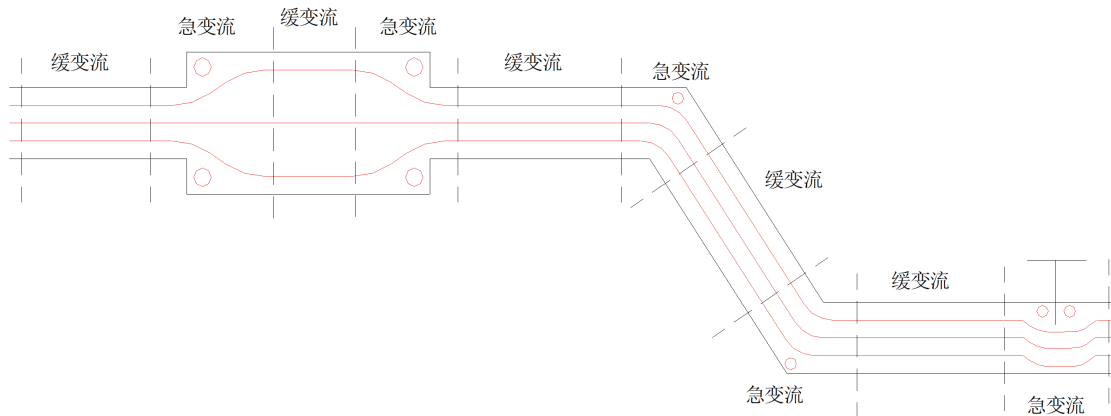
提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

流动阻力

缓变流：流线平行或接近平行的流动。

急变流：流线间相互不平行、有夹角的流动。



理想流体伯努利方程

?

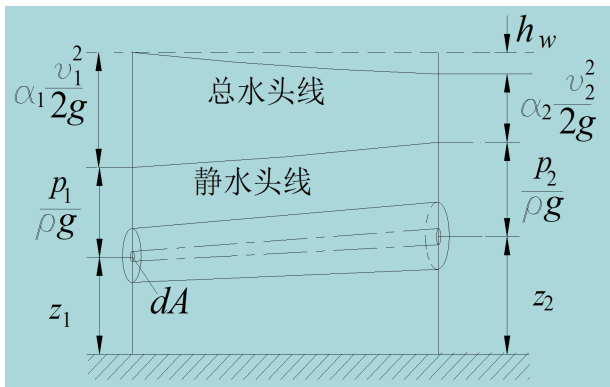
理想流体伯努利方程

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

流动阻力 · 伯努利方程

黏性流体伯努利方程

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$



h_w —流动阻力损失 (head loss)

$$h_w = \sum h_f + \sum h_j$$

h_f 沿程阻力损失 (drag loss)

h_j 局部阻力损失 (local loss)

流动阻力 · 伯努利方程

黏性流体伯努利方程

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$

不可压缩黏性流体总流适用条件

- ① 流动为定常流动。
- ② 流体为黏性不可压缩的重力流体。
- ③ 沿总流流束满足连续性方程，即

$$q_V = \text{const}$$

- ④ 方程的两过流断面必须是缓变流截面，而不必顾及两截面间是否有急变流。

流动阻力 · 沿程阻力损失

发生在缓变流整个流程中的能量损失，由流体的黏性摩擦力 (friction) 造成的损失。

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$$

达西公式

h_f — 单位重力流体的沿程能量损失

λ — 沿程阻力系数

l — 管道长度

d — 管道内径

$\frac{V^2}{2g}$ — 单位重力流体的动压头 (速度水头)

流动阻力 · 局部阻力损失

发生在流动状态急剧变化 (jump) 的急变流中的能量损失，主要由在弯头、闸门等管件处流体微团的碰撞、漩涡等造成。

$$h_j = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

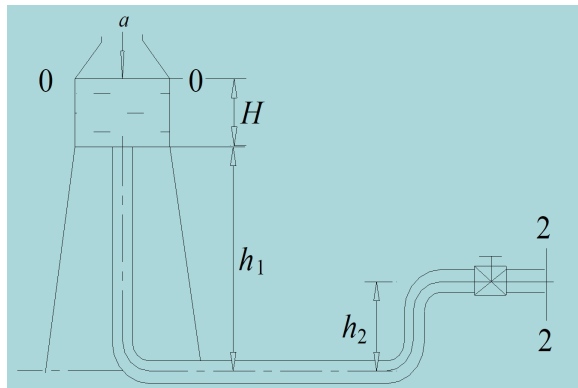
h_j —单位重力流体的局部能点损失

ζ —局部损失系数

$\frac{V^2}{2g}$ —单位重力流体的动压头 (速度水头)

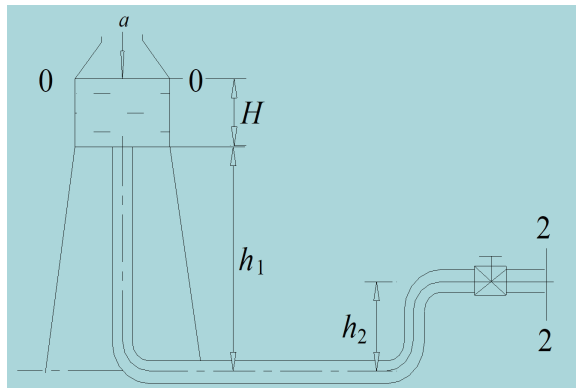
流动阻力 · 例题

已知: $v_2 = 4.0 \text{ m/s}$, $h_1 = 9.0 \text{ m}$, $h_2 = 0.7 \text{ m}$, $h_w = 13 \text{ m}$, $\alpha_2 = 1.0$ (湍流流动)。
求: H 。



流动阻力 · 例题

已知: $v_2 = 4.0 \text{ m/s}$, $h_1 = 9.0 \text{ m}$, $h_2 = 0.7 \text{ m}$, $h_w = 13 \text{ m}$, $\alpha_2 = 1.0$ (湍流流动)。
求: H 。



解:

$$(H + h_1) + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = h_2 + \frac{p_a}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_w$$

湍流流动: $\alpha_2 = 1.0$

$$\begin{aligned} H &= \frac{v_2^2}{2g} + h_w + h_2 - h_1 \\ &= \frac{4^2}{2 \times 9.806} + 13 + 0.7 - 9 \\ &= 5.52 \text{ (m)} \end{aligned}$$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

管内层流 · 基本概念

一、层流 (laminar flow)

二、湍流 (turbulent flow)

管内层流 · 基本概念

一、层流 (laminar flow), 亦称片流: 指流体质点不相互混杂, 流体作有序的成层流动。特点:

- ① 有序性。
- ② 黏性占主要作用, 遵循牛顿内摩擦定律。
- ③ 能量损失与流速的**成正比。
- ④ 雷诺数 Re 较小时发生。

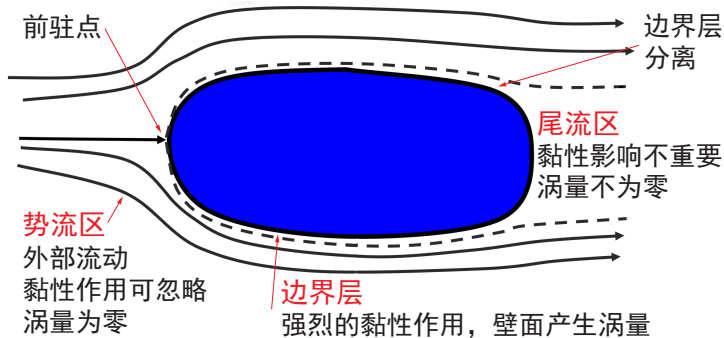
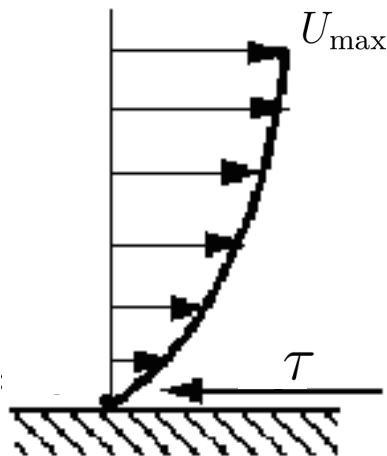
例如: 水流呈层状流动, 各层的质点互不混掺, 质点作有序的直线运动。

二、湍流 (turbulent flow), 亦称紊流: 指速度、压力等物理量在时间和空间中发生不规则脉动的流体运动。特点:

- ① 无序性、随机性、有旋性、混掺性。
- ② 湍流受黏性和湍动的共同作用。
- ③ 能量损失与流速的**成正比。
- ④ 雷诺数 Re 较大时发生。

管内层流 · 基本概念: 边界层

当黏性流体流经固体壁面时, 在固体壁面与流体主流之间必定有一个流速变化的区域, 在高速流中这个区域是个薄层, 称为边界层。

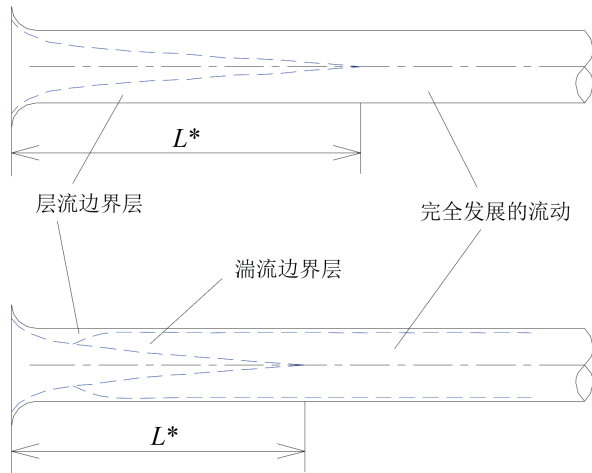


管内层流 · 基本概念: 入口段

当黏性流体流入圆管时，流体由于受管壁的影响在管壁上形成边界层；随着流动的深入，边界层不断增厚直至在管轴处相交；边界层相交以前的管段称为管道入口段。

$$\frac{L^*}{d} = 0.06\text{Re}$$

$$\frac{L^*}{d} = 25 \sim 40$$

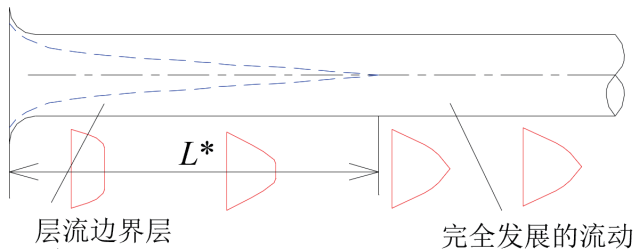


管内层流 · 基本概念: 入口段

入口段内和入口段后速度分布特征

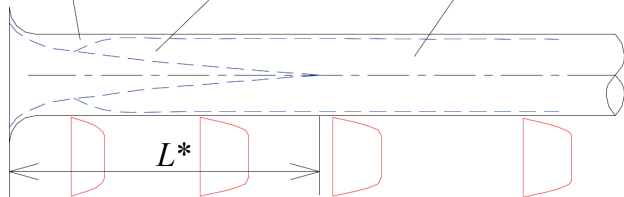
入口段内:

各截面速度分布不断变化



入口段后:

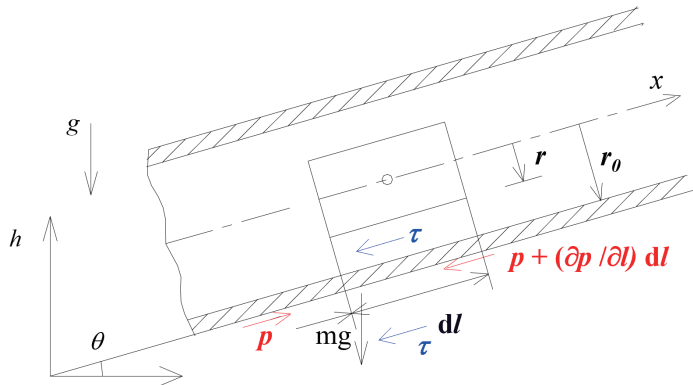
各截面速度分布均相同



管内层流 · 受力分析

以倾斜角为 θ 的圆截面直管道的不可压缩黏性流体的定常层流流动为例。

受力分析



管内层流 · 受力分析

以倾斜角为 θ 的圆截面直管道的不可压缩黏性流体的定常层流流动为例。

受力分析

重力:

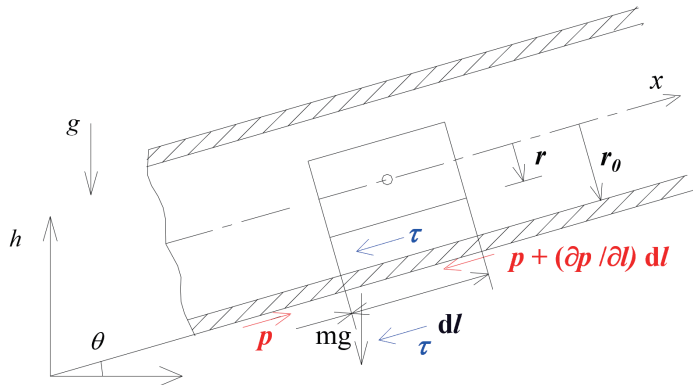
$$\rho g (\pi r^2 dl)$$

两端自总压力:

$$p\pi r^2, \quad \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl\right) \pi r^2$$

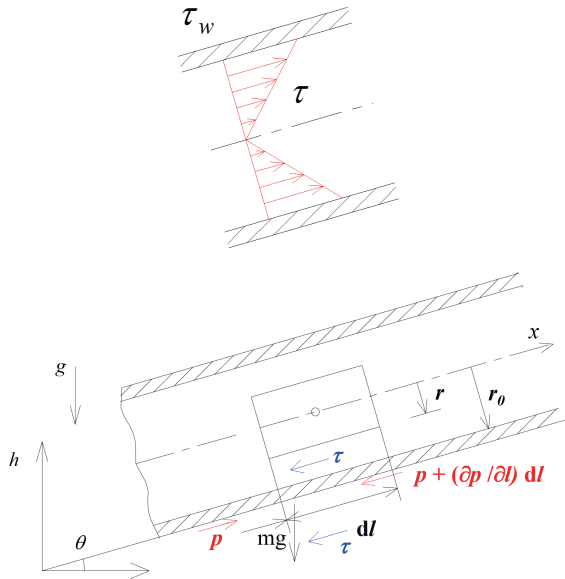
侧面的黏滞力:

$$\tau(2\pi r dl)$$



管内层流 · 切向力分布

列力的平衡方程



管内层流 · 切向力分布

列力的平衡方程

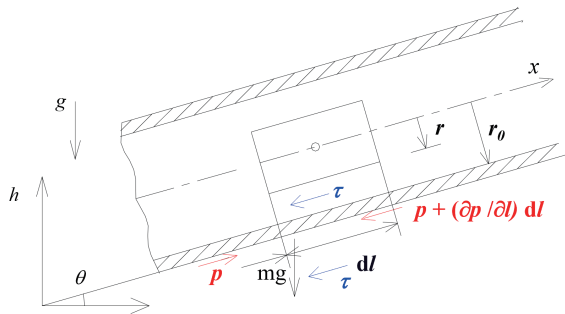
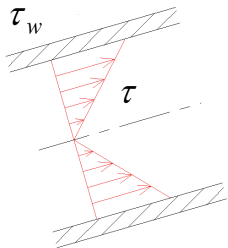
$$p\pi r^2 - \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl\right) \pi r^2 - 2\tau\pi r dl - \pi r^2 \rho g \sin \theta dl = 0$$

两边同除 $\pi r^2 dl$ 得

$$-\frac{\partial p}{\partial l} - 2\frac{1}{r}\tau - \rho g \sin \theta = 0$$

由于 $\sin \theta = \frac{\partial h}{\partial l}$ 得

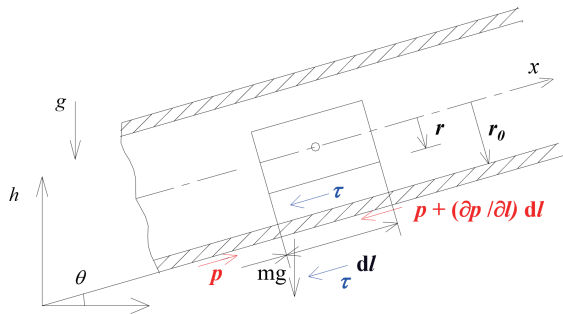
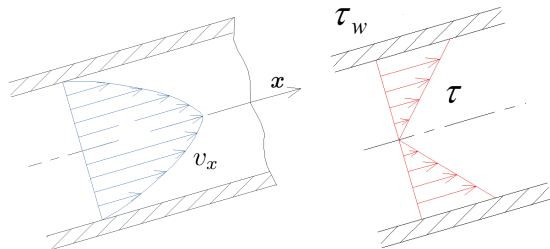
$$\begin{aligned}\tau &= -\frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial l} + \rho g \frac{\partial h}{\partial l} \right) \\ &= -\frac{r}{2} \frac{d}{dl} (p + \rho gh)\end{aligned}$$



管内层流 · 速度分布

将 $\tau = -\mu \frac{dv_x}{dr}$ 代入 $\tau = -\frac{r}{2} \frac{d}{dl}(p + \rho gh)$

得
$$dv_x = \frac{1}{2\mu} \frac{d}{dl}(p + \rho gh) r dr$$



管内层流 · 速度分布

将 $\tau = -\mu \frac{dv_x}{dr}$ 代入 $\tau = -\frac{r}{2} \frac{d}{dl}(p + \rho gh)$
 得 $dv_x = \frac{1}{2\mu} \frac{d}{dl}(p + \rho gh) r dr$

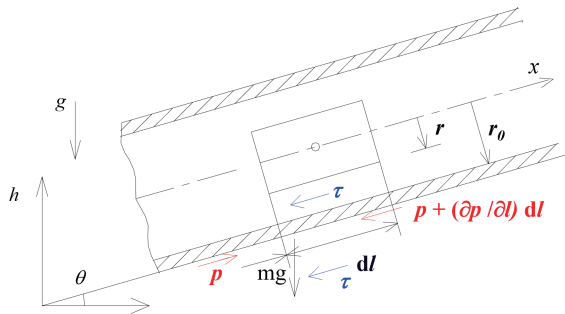
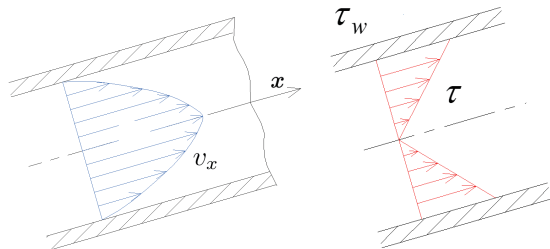
对 r 积分, 得

$$v_x = \frac{1}{4\mu} \frac{d}{dl}(p + \rho gh) r^2 + C$$

当 $r = r_0$ 时 $v_x = 0$, 得

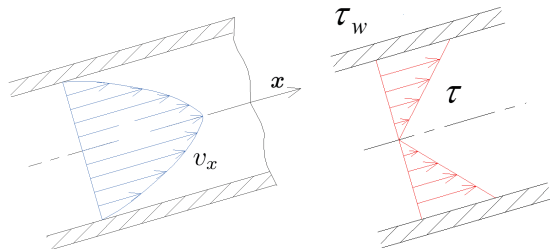
$$C = \frac{r_0^2}{4\mu} \frac{d}{dl}(p + \rho gh)$$

故 $v_x = -\frac{r_0^2 - r^2}{4\mu} \frac{d}{dl}(p + \rho gh)$



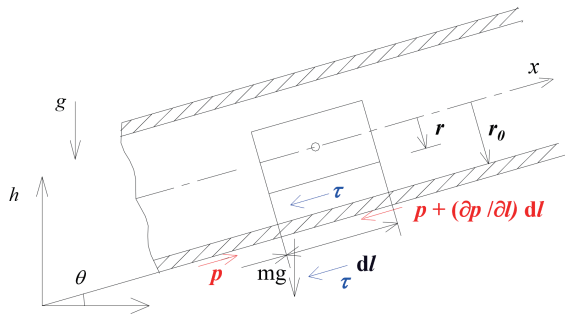
管内层流 · 流速、流量、压降

(1) 最大流速发生在管轴处



(2) 平均流速

(3) 圆管流量



管内层流 · 流速、流量、压降

(1) 最大流速发生在管轴处

$$v_{x \max} = -\frac{r_0^2}{4\mu} \frac{d}{dl} (p + \rho gh)$$

$$v = \frac{1}{2} v_{x \max}$$

(2) 平均流速

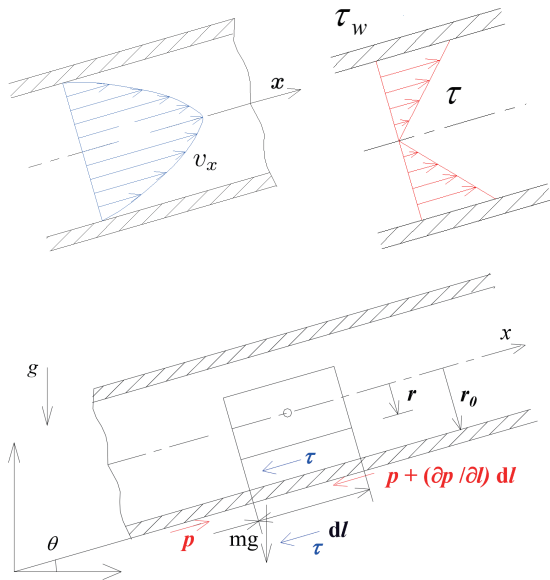
$$= -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{d}{dl} (p + \rho gh)$$

(3) 圆管流量

$$q_v = \int_0^{r_0} 2\pi r v_x dr = \pi r_0^2 v$$

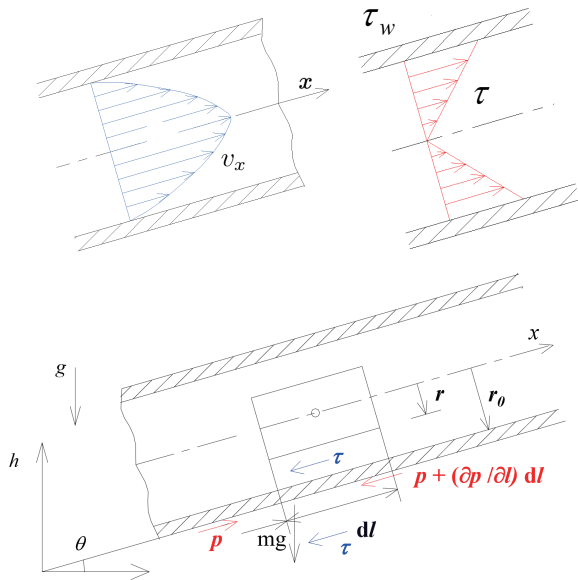
$$= -\frac{\pi r_0^4}{8\mu} \frac{d}{dl} (p + \rho gh)$$

水平管 $q_v = \frac{\pi d_0^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow$ 哈根-泊肃叶公式



管内层流 · 流速、流量、压降

(4) 压强降 (流动损失)



管内层流 · 流速、流量、压降

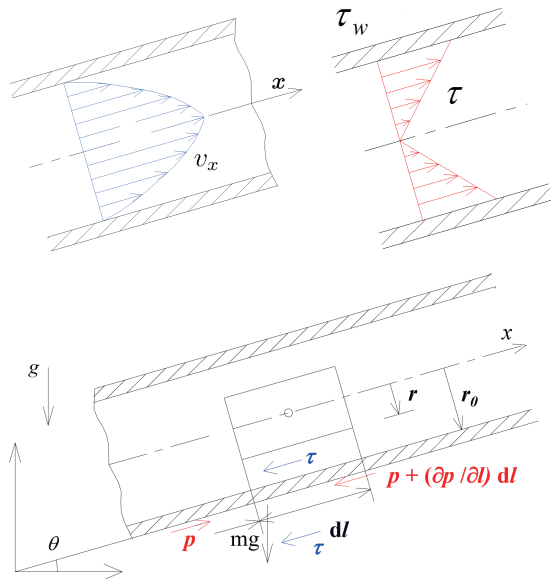
(4) 压强降 (流动损失) 水平管:

$$q_v = \frac{\pi d_0^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow \Delta p = \frac{128 \mu l q_v}{\pi d_0^4}$$

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{32 \mu l v}{\rho g d^2} = \frac{64 \mu l v^2}{\rho v d d 2g} \\ &= \frac{64 l v^2}{\text{Re } d 2g} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

结论：管内层流的沿程损失与平均流速的**一次方**成正比。



管内层流 · 流速、流量、压降

(1) 动能修正系数 α (以下, v 为平均流速)

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v_x}{v} \right)^2 \left(\frac{v_x}{v} \right) dA = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \left\{ 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \right\}^3 \times 2\pi r dr = 2$$

结论: 圆管层流流动的实际动能等于按平均流速计算所得动能的两倍。

(2) 壁面切应力 (水平管)

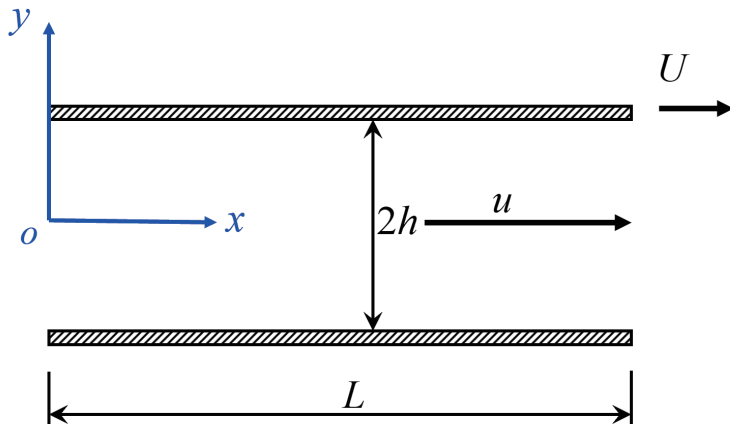
$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{r}{2} \frac{d}{dl} (p + \rho gh) \\ \Downarrow \Delta p &= \rho gh_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2} \\ \tau_w &= \frac{r_0}{2} \frac{\Delta p}{l} \Rightarrow \tau_w = \frac{r_0}{2} \frac{\lambda \frac{l}{d_0} \frac{\rho v^2}{2}}{l} = \frac{r_0}{2} \frac{\lambda \frac{l}{2r_0} \frac{\rho v^2}{2}}{l} = \frac{\lambda}{8} \rho v^2 \end{aligned}$$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

平板间的层流 · 问题描述

如图：上下平板长 L ，宽 M ，间距 $2h$ ，上板以匀速 U 沿 x 方向运动，下板固定不动。两板之间为不可压缩黏性流体，流体在 x 方向压强差 $\Delta p = p_1 - p_2$ 和上板运动引起的黏性力作用下作定常流动。



平板间的层流 · 速度分布

速度: $v = w = 0, u = u(y) \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{Du}{Dt} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ 0 = \rho g - \frac{\partial p}{\partial y} \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right.$$

$$-\frac{dp}{dx} + \mu \frac{du^2}{dy^2} = 0$$

代入边界条件 $y = h, u = U; y = -h, u = 0,$

平板间的层流 · 速度分布

速度: $v = w = 0, u = u(y) \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{Du}{Dt} = 0$

$$\begin{cases} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ 0 = \rho g - \frac{\partial p}{\partial y} \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} \end{cases}$$

$$-\frac{dp}{dx} + \mu \frac{du^2}{dy^2} = 0$$

代入边界条件 $y = h, u = U; y = -h, u = 0$, 积分:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h^2 - y^2) + \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h} \right) = -\frac{1}{2\mu} \frac{\Delta p}{L} (h^2 - y^2) + \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h} \right)$$

平板间的层流 · 讨论

通过所得速度分布

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h^2 - y^2) + \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h}\right)$$

展开讨论

(1) 上板不动 $U = 0$:

(2) 压强梯度为零 $dp/dx = 0$:

体积流量为

剪切力

平板间的层流 · 讨论

通过所得速度分布

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h^2 - y^2) + \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h}\right)$$

展开讨论

(1) 上板不动 $U = 0$:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h^2 - y^2) \quad \text{泊肃叶流动}$$

(2) 压强梯度为零 $dp/dx = 0$:

$$u = \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h}\right) \quad \text{库艾特流动}$$

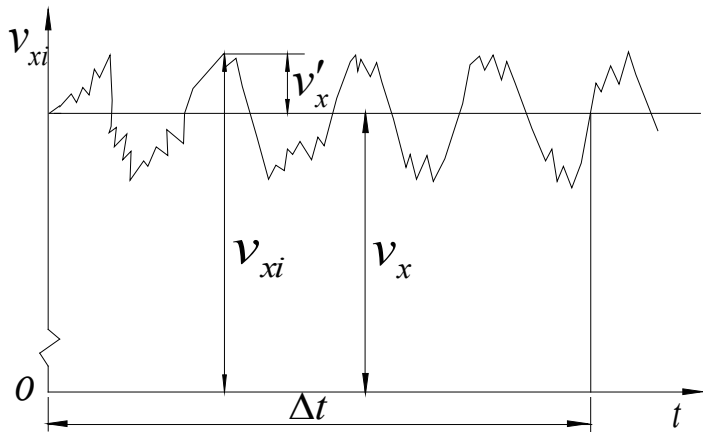
体积流量为 $Q = \int_{-h}^h u dy = -\frac{2}{3\mu} \frac{dp}{dx} h^3 + Uh,$ 剪切力 $\tau = \mu \frac{du}{dy} = y \frac{dp}{dx} + \mu \frac{U}{2} h$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流**
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

管内湍流 · 湍流流动、时均值、脉动值、时均定常流动

湍流流动：流体质点相互掺混，作无定向、无规则的运动，运动在时间和空间都是具有随机性质的运动，属于非定常流动。

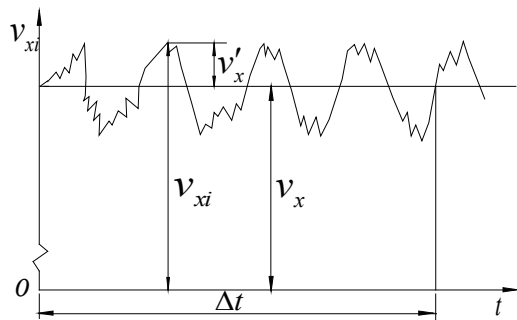


瞬时速度与时均速度图

管内湍流 · 湍流流动、时均值、脉动值、时均定常流动

时均值：在时间间隔 Δt 内某一流动参量的平均值称为该流动参量的时均值。

脉动值：某一流动参量的瞬时值与时均值之差，称为该流动参量的脉动值。



瞬时速度与时间均速度图

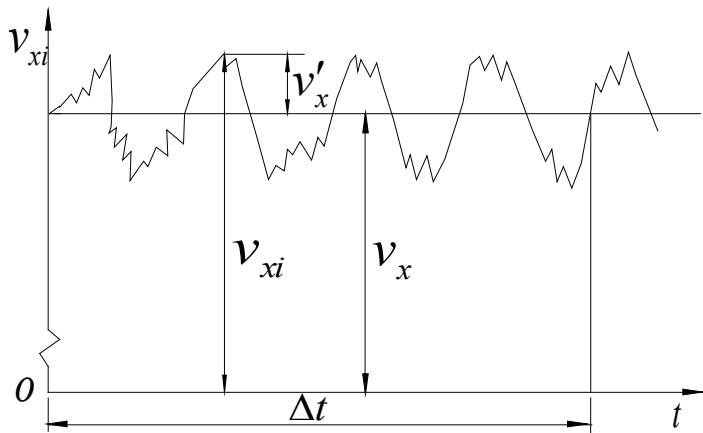
瞬时值 $v_{xi}, \quad p_i, \quad \rho_i$

时均值 $v_x = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} v_{xi} dt, \quad p = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} p_i dt, \quad \rho = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \rho_i dt$

脉动值 $v'_x = v_{xi} - v_x, \quad p' = p_i - p, \quad \rho' = \rho_i - \rho$

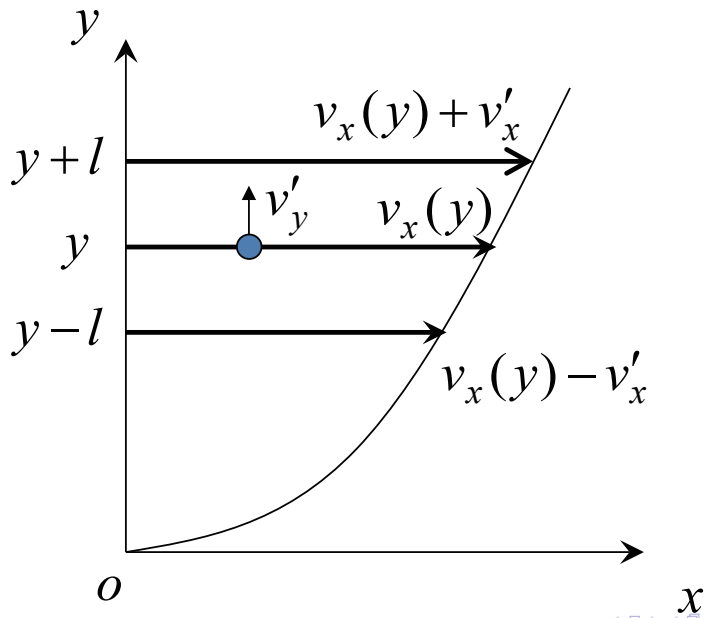
管内湍流 · 湍流流动、时均值、脉动值、时均定常流动

时均定常流动：空间各点的时均值不随时间改变的紊流流动称为时均定常流动，或定常流动、准定常流动。



瞬时速度与时均速度图

管内湍流 · 雷诺应力、普朗特混合长度



管内湍流 · 雷诺应力、普朗特混合长度

1、湍流中的切向应力

层流：摩擦切向应力

$$\tau = \tau_v = \mu \frac{dv_x}{dy}$$

湍流：摩擦切向应力 + 附加切向应力

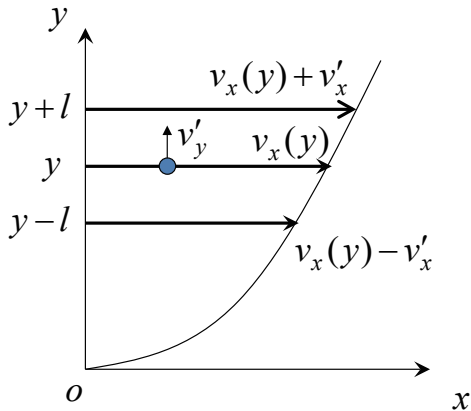
$$\tau = \tau_v + \tau_t$$

雷诺应力：液体质点的横向脉动导致了

质量交换, 形成了动量交换和质点混掺, 从而在液层交界面上产生了紊流附加切应力。

动量定理：动量增量等于湍流附加切应力 ΔF 产生的冲量

$$\Delta F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v'_x = \rho \Delta A_x v'_y \Delta t \cdot v'_x \Rightarrow \tau_t = \rho v'_y v'_x$$



管内湍流 · 雷诺应力、普朗特混合长度

2、普朗特假设: $\tau_t = \rho v'_y v'_x$

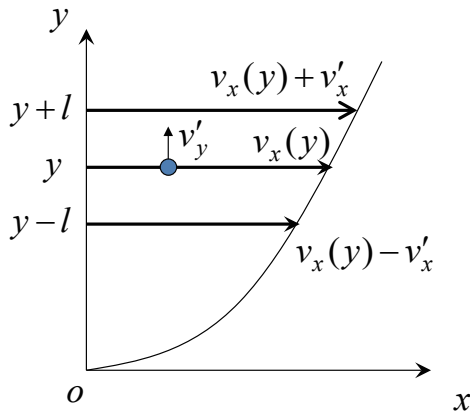
(1) 流体微团在从某流速的流层因脉动 v'_y 进入另一流速的流层时, 在运动的距离 l (普朗特混合长度) 内, 微团保持其本来的流动特征不变。

$$v_x(y+l) = v_x(y) + l \frac{dv_x}{dy} + \frac{l^2}{2} \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \dots$$

$$\Rightarrow v'_x \sim l \frac{dv_x}{dy}$$

(2) 脉动速度与时均流速差相当 $|v'_y| \sim |v'_x|$

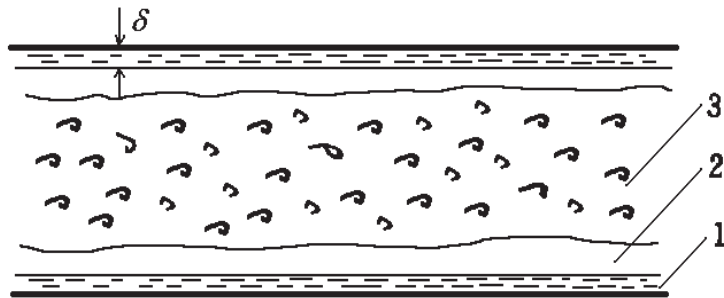
$$\tau_t = \rho l^2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2 \quad \text{令} \quad \mu_t = \rho l^2 \frac{dv_x}{dy} \quad \Rightarrow \quad \tau_t = \mu_t \frac{dv_x}{dy}$$



管内湍流 · 圆管中湍流的速度分布

1、圆管中的湍流区划，黏性底层，水力光滑与水力粗糙

1) 区划



湍流结构

1—层流底层；2—过渡区；3—湍流核心

管内湍流 · 圆管中湍流的速度分布

2) 速度分布

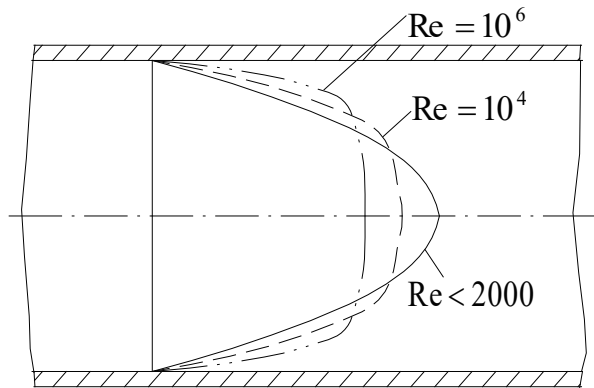
Re 数越大，横向脉动引起的动量交换越剧烈，则管中心部分速度分布越平坦，壁面附近速度梯度就越大。

3) 层流底层

$$\delta = \frac{32.8d}{Re(\lambda)^{1/2}}$$

d —管径

λ —沿程损失系数

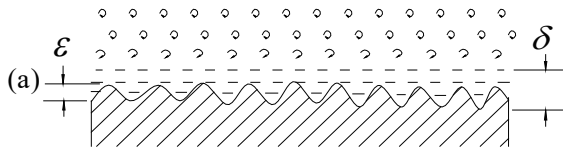


圆管中紊流与层流的速度剖面

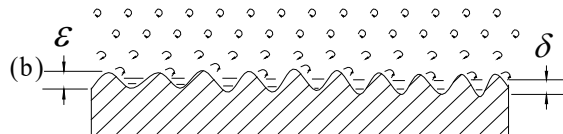
管内湍流 · 圆管中湍流的速度分布

4) 水力光滑与水力粗糙

管壁粗糙凸出部分的平均高度叫做管壁的绝对粗糙度 (ε), 称 ε/d 为相对粗糙度。



⇐ 水力光滑 $\delta > \varepsilon$ 光滑管

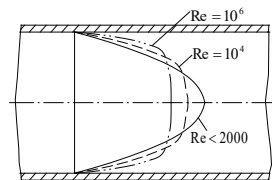


⇐ 水力粗糙 $\delta < \varepsilon$ 粗糙管

管内湍流 · 圆管中湍流的速度分布

2、圆管中湍流的速度分布

$$\dim \rho = ML^{-3} \quad \dim \tau = ML^{-1}T^{-2} \quad \text{令} \quad u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$



假设整个区域 $\tau = \tau_w = \text{const}$

黏性底层内 $y \leq \delta$

$$\tau = \mu \frac{u}{y} = \rho \nu \frac{u}{y}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{v_x}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu}$$

切向应力速度 (摩擦速度)

黏性底层外 $y > \delta, \tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$

$$\text{由 } l = ky \Rightarrow \frac{du}{u_*} = \frac{1}{k} \frac{dy}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln y + C$$

管内湍流 · 圆管中湍流的速度分布

2、圆管中湍流的速度分布 (续)

1) 湍流光滑管 (尼古拉兹实验, $y > \delta$)

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \lg \frac{yu_*}{\nu} + 5.5$$

另一种表达式:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{R} \right)^n$$

Re	n	$u/u_{\max}$
4.0×10^3	1/6.0	0.7912
2.3×10^4	1/6.6	0.8073
1.1×10^5	1/7.0	0.8167
1.1×10^6	1/8.8	0.8497
$(2.0 \sim 3.2) \times 10^6$	1/10.	0.8658

2) 湍流粗糙管 (尼古拉兹实验, $y > \delta$)

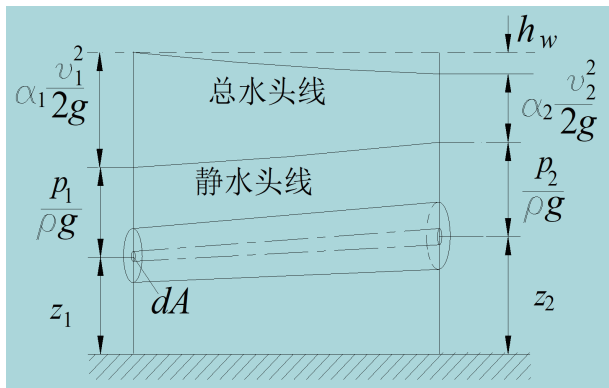
$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \lg \frac{y}{\varepsilon} + 8.48$$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数**
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

沿程阻力和局部阻力系数 · 回顾黏性流体伯努利方程

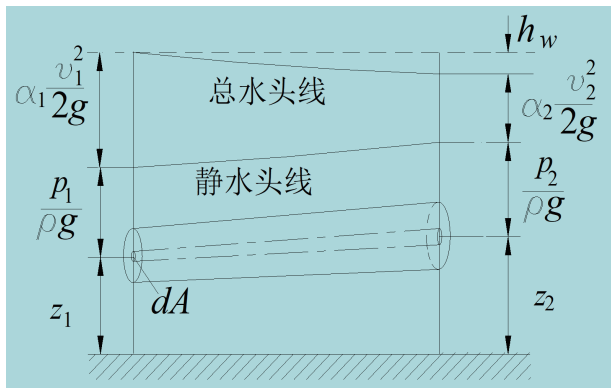
黏性流体伯努利方程:



沿程阻力和局部阻力系数 · 回顾黏性流体伯努利方程

黏性流体伯努利方程:

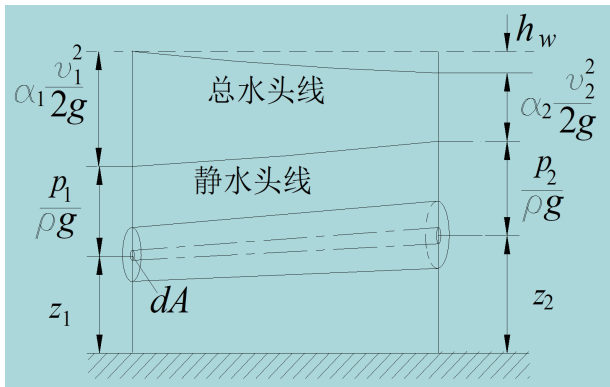
$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$



沿程阻力和局部阻力系数 · 回顾黏性流体伯努利方程

黏性流体伯努利方程:

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$



h_w —流动阻力损失 (head loss)

$$h_w = \sum h_f + \sum h_j$$

沿程阻力损失 $h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$

局部阻力损失 $h_j = \zeta \frac{V^2}{2g}$

沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数

沿程损失:

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

层流: $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$

湍流: $\lambda = ?$, $\lambda = f(\text{Re}, \varepsilon/d)$

沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数

沿程损失:

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

层流: $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$

湍流: $\lambda = ?$, $\lambda = f(\text{Re}, \varepsilon/d)$

1、原理:

用不同粗糙度和不同直径人工粗糙管, 测出不同雷诺数下的 h_f , 算出 λ .

2、代表性实验:

尼古拉兹实验 圆管 (d), 穆迪实验 工业管道 (D)

3、穆迪实验条件:

不同直径 不同流量 不同相对粗糙度

$$\text{Re} = 500 \sim 10^6, \quad \varepsilon/d = 1/1014 \sim 1/30$$

沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数

1、层流区: $Re < 2000$, $\lambda = 64/Re$

2、临界区: $2000 < Re < 4000$, 穆迪图

3、湍流光滑管区: $4000 < Re < 22.2(d/\varepsilon)^{8/7}$

$\lambda = 0.3164/Re^{0.25} \quad \Leftarrow \quad \text{布拉休斯 (H. Blasius) 公式}$

4、过渡区: $22.2(d/\varepsilon)^{8/7} < Re < 597(d/\varepsilon)^{9/8}$

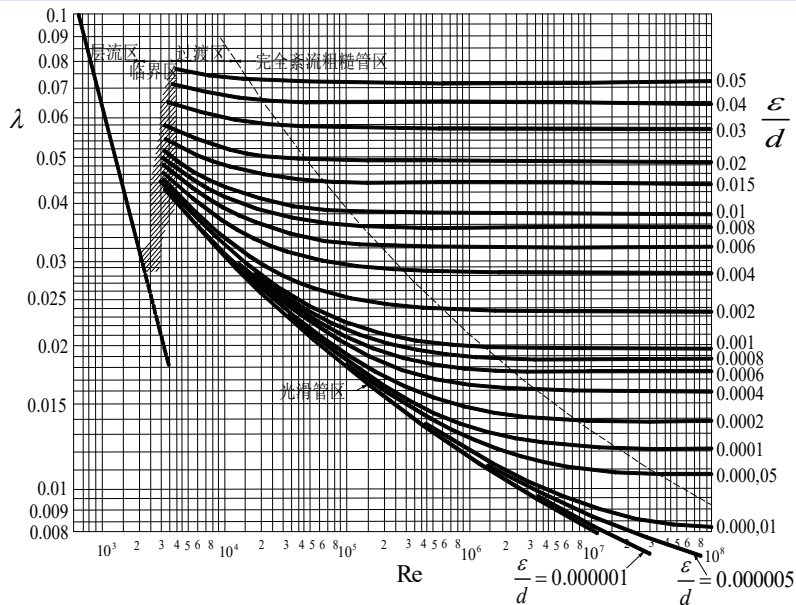
$\lambda = 0.0055 \left[1 + (2000\varepsilon/d + 10^6/Re)^{1/3} \right] \quad \Leftarrow \quad \text{穆迪 (Moody) 公式}$

5、湍流粗糙管区: $Re > 597(d/\varepsilon)^{9/8}$

$$\lambda = f(\varepsilon/d)$$

在实际计算时根据 Re 和 ε/d , 从穆迪图中查得 λ 值即能确定流动是在哪一区域。

沿程阻力和局部阻力系数 · 穆迪图



沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数：例题

例：输送石油的管道长 $l = 5000 \text{ m}$ ，直径 $d = 250 \text{ mm}$ 的旧无缝钢管，通过的质量流量 $q_m = 100 \text{ t/h}$ ，运动黏度在冬季 $\nu_{\text{冬}} = 1.09 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ，夏季 $\nu_{\text{夏}} = 0.36 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ，若取密度 $\rho = 885 \text{ kg/m}^3$ ，试求沿程水头损失各为多少？

沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数: 例题

例: 输送石油的管道长 $l = 5000 \text{ m}$, 直径 $d = 250 \text{ mm}$ 的旧无缝钢管, 通过的质量流量 $q_m = 100 \text{ t/h}$, 运动黏度在冬季 $\nu_{\text{冬}} = 1.09 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, 夏季 $\nu_{\text{夏}} = 0.36 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, 若取密度 $\rho = 885 \text{ kg/m}^3$, 试求沿程水头损失各为多少?

解: 首先判别流动所处的区域

体积 流量	$q_V = \frac{q_m}{\rho} = \frac{100 \times 10^3}{885}$	平均 流速	$V = \frac{4q_V}{\pi d^2} = \frac{4 \times 112.99}{3600 \times 3.14 \times 0.25^2}$
	$= 112.99 \text{ (m}^3/\text{h)}$		$= 0.64 \text{ (m/s)}$

雷诺数	冬季	$Re_{\text{冬}} = \frac{Vd}{\nu_{\text{冬}}} = \frac{0.64 \times 0.25}{1.09 \times 10^{-4}} = 1467.9 < 2000$
-----	----	--

	夏季	$Re_{\text{夏}} = \frac{Vd}{\nu_{\text{夏}}} = \frac{0.64 \times 0.25}{0.36 \times 10^{-4}} = 4444.4 > 2000$
--	----	--

沿程阻力和局部阻力系数 · 沿程阻力系数：例题

判别夏季石油在管道中的流动状态处于湍流哪个区域

查表得旧无缝钢管 $\varepsilon = 0.20$ (1/mm)

$$22.2(d/\varepsilon)^{8/7} = 22.2(250/0.20)^{8/7} = 76934.5 > 4444.4$$

流动处于湍流光滑管区

冬季
$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} = \frac{64}{1467.9} \times \frac{5000}{0.25} \times \frac{0.64^2}{2 \times 9.81} = 18.2 \text{ (m石油柱)}$$

由于夏季石油在管道中流动状态处于湍流光滑管区, 故沿程阻力系数用布拉休斯公式计算, 即沿程水头损失

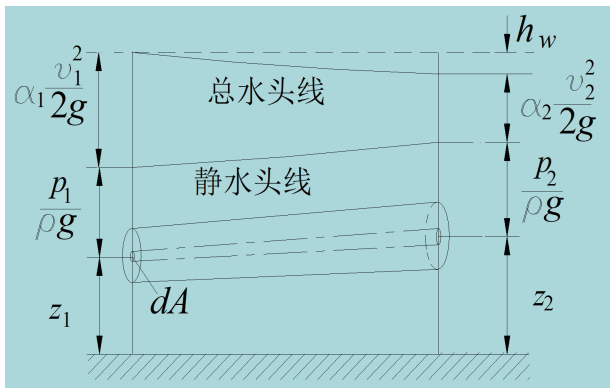
夏季
$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} = \frac{0.3164}{4444.4^{0.25}} = 0.0388$$

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} = 0.0388 \times \frac{5000}{0.25} \times \frac{0.64^2}{2 \times 9.81} = 16.2 \text{ (m石油柱)}$$

沿程阻力和局部阻力系数 · 回顾黏性流体伯努利方程

黏性流体伯努利方程:

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$



h_w —流动阻力损失 (head loss)

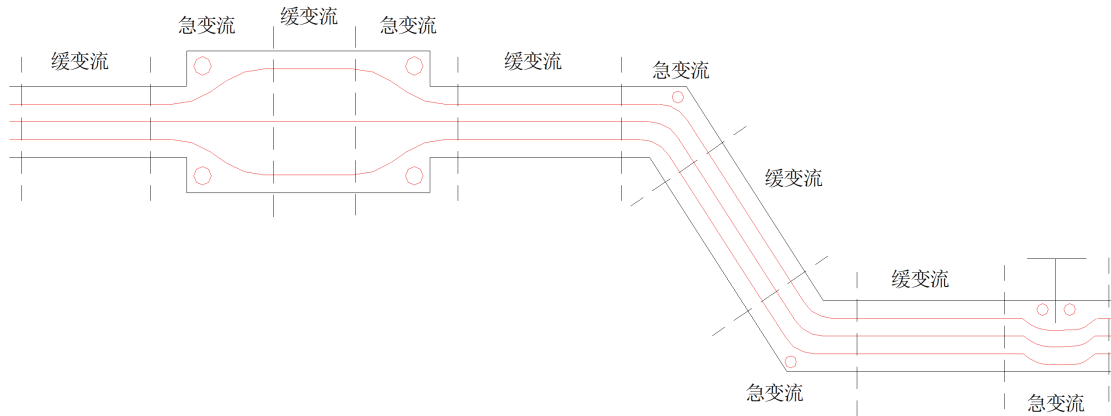
$$h_w = \sum h_f + \sum h_j$$

沿程阻力损失 $h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$

局部阻力损失 $h_j = \zeta \frac{V^2}{2g}$

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数

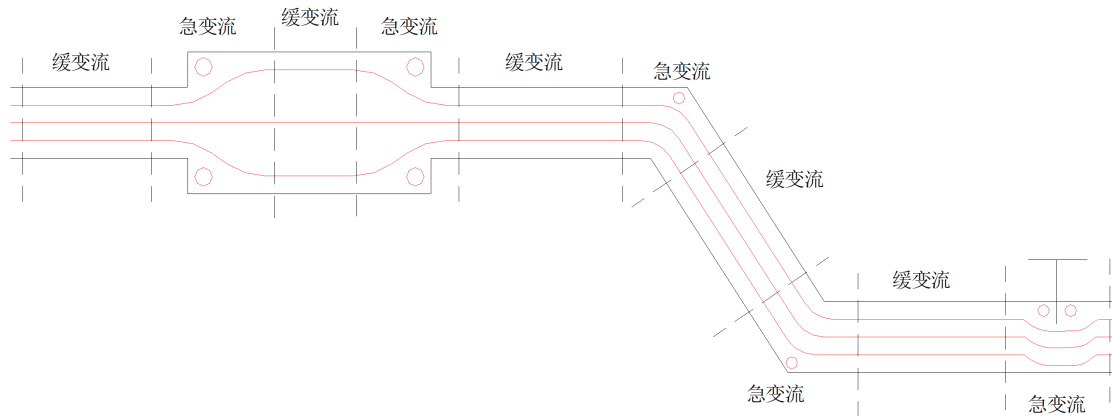
局部损失产生的原因: 主要是由流体的相互碰撞和形成漩涡等原因造成。



局部损失:
$$h_j = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad \zeta = ?$$

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数

局部损失产生的原因: 主要是由流体的相互碰撞和形成漩涡等原因造成。



局部损失: $h_j = \zeta \frac{v^2}{2g}$, $\zeta = ? \Rightarrow \zeta$ 用分析方法求得, 或由实验测定。

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数

1、管道截面突然扩大, 流体从小直径的管道流往大直径的管道

取1-1、2-2截面以及它们之间的管壁为控制面。

连续方程

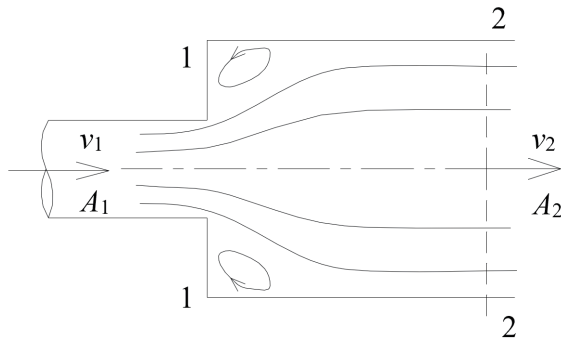
$$\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

动量方程

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 + p (A_2 - A_1) = \rho q_v (v_2 - v_1)$$

能量方程

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_j$$



沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数

1、管道截面突然扩大, 流体从小直径的管道流往大直径的管道

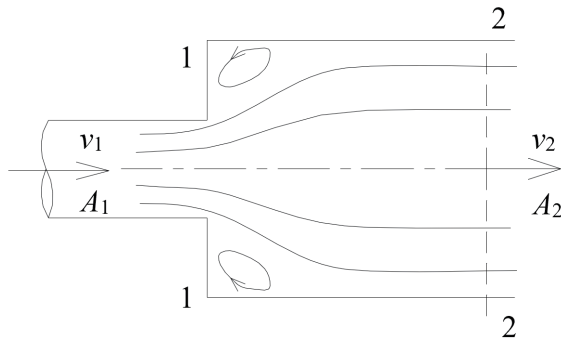
将连续方程、动量方程代入能量方程

$$h_j = \frac{1}{g} v_2 (v_2 - v_1) + \frac{1}{2g} (v_1^2 - v_2^2)$$

$$= \frac{1}{2g} (v_1^2 - v_2^2) = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$= \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$$

$$\Rightarrow h_j = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \begin{cases} \zeta_1 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \\ \zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \end{cases}$$



以 **小截面** 流速计算的 ζ

以 **大截面** 流速计算的 ζ

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数

1、管道截面突然扩大, 流体从小直径的管道流往大直径的管道

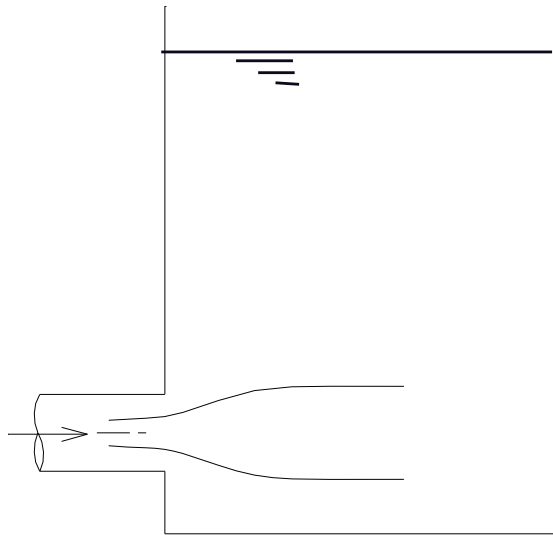
管道出口损失

$$A_2 \gg A_1$$

$$h_j = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\zeta_1 \approx 1$$

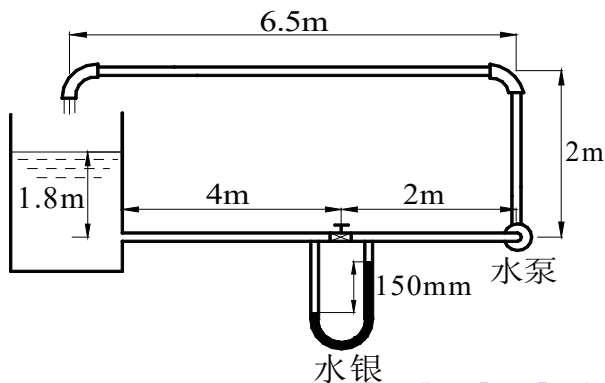
速度头完全消散于池水中



沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数: 例题

例: 如图所示为用于测试新阀门压强降的设备。 21°C 的水从一容器通过锐边入口进入管系, 钢管的内径均为 50 mm , 绝对粗糙度为 0.04 mm , 管路中三个弯管的管径和曲率半径之比 $d/R = 0.1$ 。用水泵保持稳定的流量 $12\text{ m}^3/\text{h}$, 若在给定流量下水银差压计的示数为 150 mm 。

- (1) 求水通过阀门的压强降;
- (2) 计算水通过阀门的局部损失系数;
- (3) 计算阀门前水的计示压强;
- (4) 不计水泵损失, 求通过该系统的总损失, 并计算水泵供给水的功率。



沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数: 例题

解: 管内的平均流速 $v = \frac{4q_v}{\pi d^2} = \frac{4 \times 12}{3.14 \times 0.05^2 \times 3600} = 1.699 \text{ m/s}$

(1) 阀门流体经过阀门的压强降

$$\Delta p = (\rho_{Hg} - \rho) gh = (13600 - 1000) \times 9.807 \times 0.15 = 18535 \text{ Pa}$$

(2) 阀门的局部损失系数 $h_j = \zeta \frac{v^2}{2g} = \frac{\Delta p}{\rho g}, \quad \zeta = \frac{2\Delta p}{\rho v^2} = \frac{2 \times 18522}{1000 \times 1.699^2} = 12.84$

(3) 计算阀门前的计示压强

由于要用到黏性流体的伯努利方程, 必须用有关已知量确定方程中的沿程损失系数。在 21°C 时水密度 ρ 近似取 1000 kg/m^3 , 其动力黏度为

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0.0337t + 0.000221t^2} = \frac{1.792 \times 10^{-3}}{1 + 0.0337 \times 21 + 0.000221 \times 21^2} = 0.993 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数: 例题

管内流动的雷诺数为 $Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{1000 \times 1.699 \times 0.05}{0.993 \times 10^{-3}} = 8.55 \times 10^4$

$$26.98 \times (d/\varepsilon)^{8/7} = 26.98 \times (50/0.04)^{8/7} = 9.34 \times 10^4$$

由于 $4000 < Re < 26.98 \times (d/\varepsilon)^{8/7}$, 可按湍流光滑管的有关公式计算沿程损失系数, 又由于 $4000 < Re < 10^5$, 所以沿程损失系数的计算可用布拉修斯公式, 即

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} = \frac{0.3164}{(8.55 \times 10^4)^{0.25}} = 0.0185$$

管道入口的局部损失系数 $\zeta = 0.5$, 根据黏性流体的伯努利方程可解得

$$\begin{aligned} p &= \left[1.8 - \left(1 + \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v^2}{2g} \right] \rho g \\ &= \left[1.8 - \left(1 + 0.5 + 0.0185 \times \frac{4}{0.05} \right) \frac{1.699^2}{2 \times 9.807} \right] \times 1000 \times 9.807 = 13317 \text{ Pa} \end{aligned}$$

沿程阻力和局部阻力系数 · 局部阻力系数: 例题

(4) 根据已知条件 $d/R = 0.1$ 查表, 弯管的局部阻力系数 $\zeta_1 = 0.131$, 那么总损失

$$h_w = \sum h_f + \sum h_j = \left(0.0185 \times \frac{4 + 2 + 2 + 6.5}{0.05} + 0.5 + 2 \times 0.131 + 12.83 \right) \times \frac{1.699^2}{2 \times 9.807} = 2.70 \text{ mH}_2\text{O}$$

设单位重量流体经过水泵时获得能量为 h_p , 列水箱液面和水管出口的伯努利方程

$$0 = (2 - 1.8) + \frac{v^2}{2g} - h_p + h_w$$

由上式可解得

$$h_p = (2 - 1.8) + \frac{v^2}{2g} + h_w = 0.2 + \frac{1.699^2}{2 \times 9.807} + 2.70 = 3.047 \text{ mH}_2\text{O}$$

水泵的功率 P 为

$$P = \rho g q_v h_p = 1000 \times 9.807 \times \frac{12}{3600} \times 3.047 = 99.61 \text{ W}$$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道

管道的种类： 简单管道、串联管道、并联管道、分支管道

一、简单管道

管道直径和管壁粗糙度均相同的一根管子或这样的数根管子串联在一起的管道系统。

计算基本公式

连续方程

$$Q = vA$$

沿程损失

$$h_w = h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

能量方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_w$$

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道

一、简单管道 (续)

三类水力计算问题

(1) 已知 q_V 、 l 、 d 、 v 、 ε , 求 h_f ;

(2) 已知 h_f 、 l 、 d 、 v 、 ε , 求 q_V ;

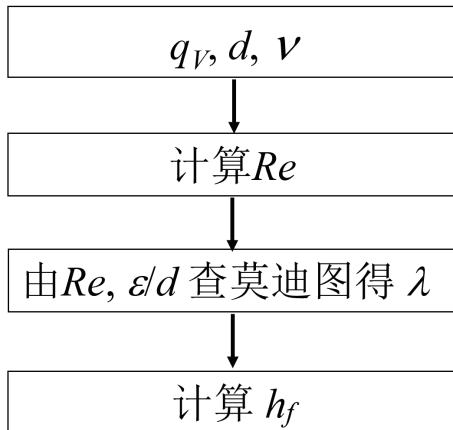
(3) 已知 h_f 、 q_V 、 l 、 v 、 ε , 求 d 。

简单管道的水力计算是其它复杂管道水力计算的基础。

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道：第一类问题的计算

第一类问题的计算步骤

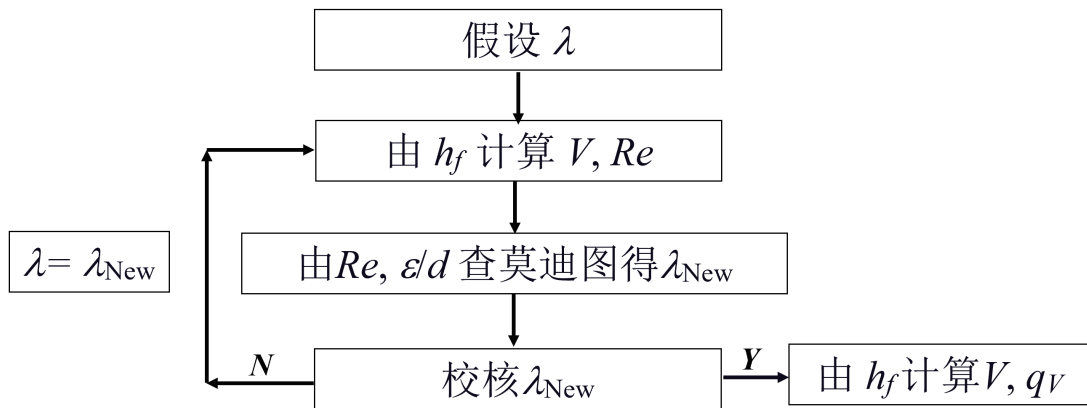
(1) 已知 q_V 、 l 、 d 、 ν 、 ε ，求 h_f ；



管内黏性流动的能量损失 · 简单管道

第二类问题的计算步骤

(2) 已知 h_f 、 l 、 d 、 v 、 ε , 求 q_v ;



管内黏性流动的能量损失 · 简单管道：第二类问题的计算

- ▶ 沿程损失：已知管道和压降求流量。

例：用 $d = 10 \text{ cm}$, $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重为 0.9, $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油; $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求：管内流量 q_V 。

解：

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道: 第二类问题的计算

▶ 沿程损失: 已知管道和压降求流量。

例: 用 $d = 10 \text{ cm}$, $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重为 0.9 , $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油; $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求: 管内流量 q_V 。

解: 首先计算沿程损失

$$h_{f1} = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{800 \times 10^3}{9810 \times 0.9} = 90.61 \text{ m}, \quad \varepsilon/d = 0.2/100 = 0.002$$

查Moddy图, 可知过渡区 $\lambda = 0.025$, 故而设 $\lambda_1 = 0.025$

由达西公式

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \left(\frac{2gdh_f}{l} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{0.025}} \left(\frac{2 \times 9.81 \times 0.1 \times 90.61}{400} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= 6.325 \times 0.6667 = 4.22 \text{ m/s} \end{aligned}$$

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道: 第二类问题的计算

▶ 沿程损失: 已知管道和压降求流量。

例: 用 $d = 10 \text{ cm}$, $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重为 0.9, $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油; $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求: 管内流量 q_V 。

解: 于是

$$\text{Re}_1 = \frac{\rho V_1}{\nu} = 3.8 \times 10^4$$

查Moddy图得 $\lambda_2 = 0.027$, 重新计算速度

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{0.027}} \times 0.6667 = 4.06 \text{ m/s}, \quad \text{Re}_2 = \frac{\rho V_2}{\nu} = 3.65 \times 10^4$$

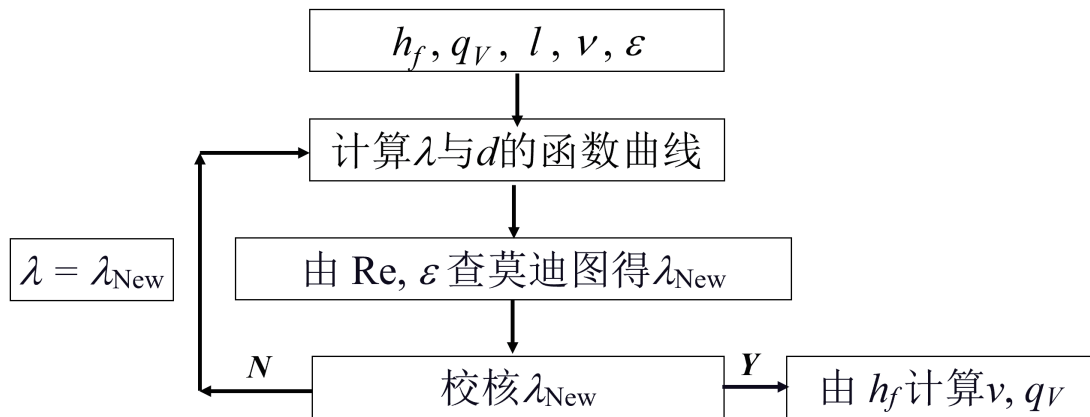
查Moddy图得 $\lambda_2 = 0.027$, 利用上述速度

$$q_v = V A = 4.06 \times \frac{\pi}{4} \times 0.1^2 = 0.0319 \text{ m}^3/\text{s}$$

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道

第三类问题的计算步骤

(3) 已知 h_f 、 q_V 、 l 、 ν 、 ε , 求 d 。



管内黏性流动的能量损失 · 简单管道：第三类问题的计算

- ▶ 沿程损失：已知沿程损失和流量求管径。

例：用 $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重 0.9, $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油, $Q = 0.0318 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求：管径 d 应选多大。

解：

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道：第三类问题的计算

► 沿程损失：已知沿程损失和流量求管径。

例：用 $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重 0.9, $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油, $Q = 0.0318 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求：管径 d 应选多大。

解：首先计算平均流速

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0318 \times 4}{\pi d^2} = \frac{0.04}{d^2}$$

由达西公式，可得

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 = 0.086 \lambda l \frac{Q^2}{d^5}$$

$$d^5 = 0.0826 \frac{\lambda l Q^2}{h_f} = 0.0826 \times 400 \times 0.0318^2 \frac{\lambda}{90.61} = 3.69 \times 10^{-4} \lambda$$

于是

$$\text{Re} = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0.04d}{d^2 \nu} = \frac{0.04}{10^{-5}d} = \frac{4000}{d}$$

管内黏性流动的能量损失 · 简单管道: 第三类问题的计算

▶ 沿程损失: 已知沿程损失和流量求管径。

例: 用 $l = 400 \text{ m}$ 的旧无缝钢管输送比重 0.9 , $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 的油, $Q = 0.0318 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 800 \text{ kPa}$ 。求: 管径 d 应选多大。

解: 接下来用迭代法

设 $\lambda_1 = 0.025$

$$d_1 = (3.69 \times 10^{-4} \times 0.025)^{1/5} = 0.0984 \text{ (m)}, \quad \text{Re}_1 = 4000/0.0984 = 4.06 \times 10^4$$

由 $\varepsilon/d = 0.2/98.4 = 0.002$, 查Moody图得 $\lambda_2 = 0.027$

$$d_2 = (3.69 \times 10^{-4} \times 0.027)^{1/5} = 0.0996 \text{ (m)}, \quad \text{Re}_2 = 4000/0.0996 = 4.01 \times 10^4$$

由 $\varepsilon/d = 0.2/99.6 = 0.002$, 查Moody图得 $\lambda_3 = 0.027$

$\Rightarrow$ 取 $d = 0.1 \text{ m}$ 。

管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：集流器

集流器是风机实验中的测量流量的装置。

对0-0和1-1截面列总流的伯努利方程

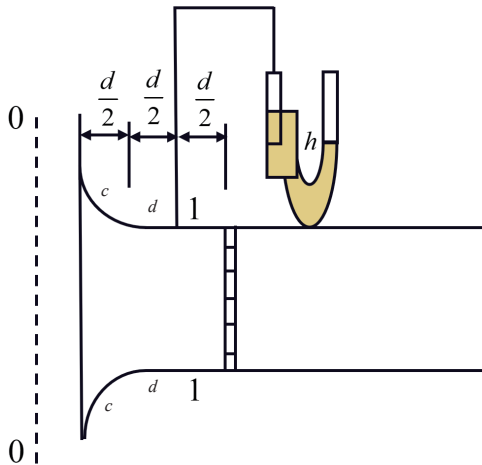
$$0 = -\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + (\zeta_c + \zeta_d) \frac{v^2}{2g}$$

⇓

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c + \zeta_d}} \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = C_v \sqrt{\frac{2p}{\rho}}$$

其中，速度系数

$$C_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c + \zeta_d}}$$

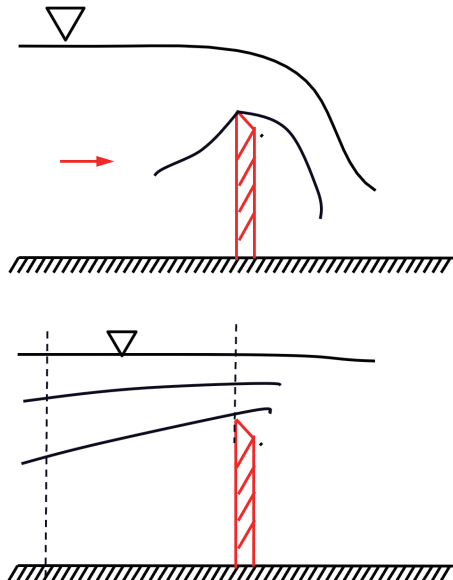


管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：堰流

液流越过障壁漫溢的流动称为堰流。

堰流理想流形的简化假设：

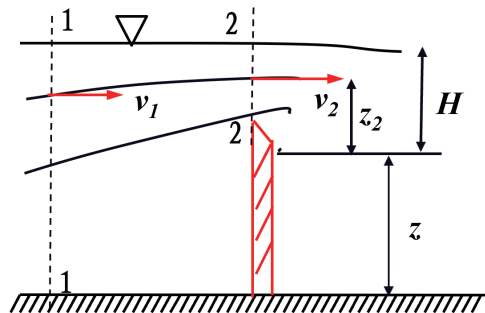
- ① 堰板上游所有流体质点的速度大小均匀，方向平行。
- ② 液流的自由表面在堰板前保持水平，且所有流体质点通过堰板平面时都作垂直平板的运动。
- ③ 水舌的压强为大气压。
- ④ 不计黏滞力和表面张力的影响。



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：堰流

液流越过障壁漫溢的流动称为堰流。

对1-1和 2-2截面列伯努利方程



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：堰流

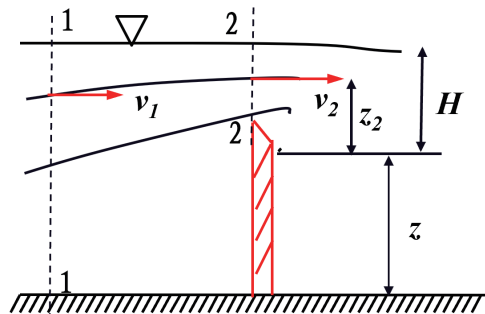
液流越过障壁漫溢的流动称为堰流。

对1-1和 2-2截面列伯努利方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

⇓

$$v_2 = (2g)^{\frac{1}{2}} \left(H - z_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{1}{2}}$$



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：堰流

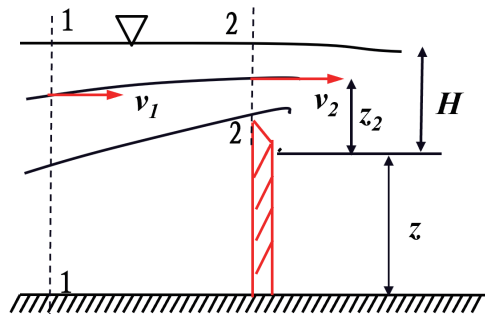
液流越过障壁漫溢的流动称为堰流。

对1-1和 2-2截面列伯努利方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

↓

$$v_2 = (2g)^{\frac{1}{2}} \left(H - z_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{1}{2}}$$



理想流量

$$q_{V\text{ideal}} = b \int_0^H v_2 dz_2 = \frac{2}{3} b \times (2g)^{\frac{1}{2}} \left[\left(H + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \approx \frac{2}{3} b \times (2g)^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}}$$

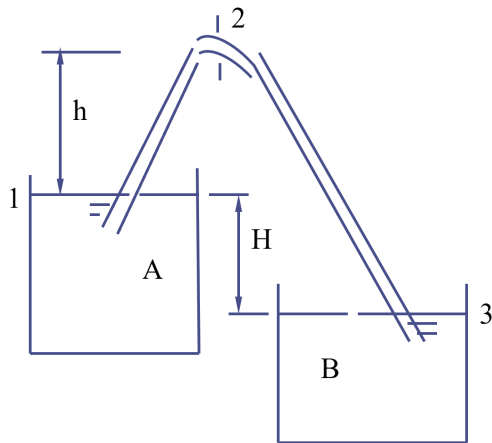
实际流量

$$q_V = C_q b H^{\frac{3}{2}}, \quad \text{其中 } C_q \text{ 为流量系数。}$$

管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

对1-1、3-3列总流的伯努利方程



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

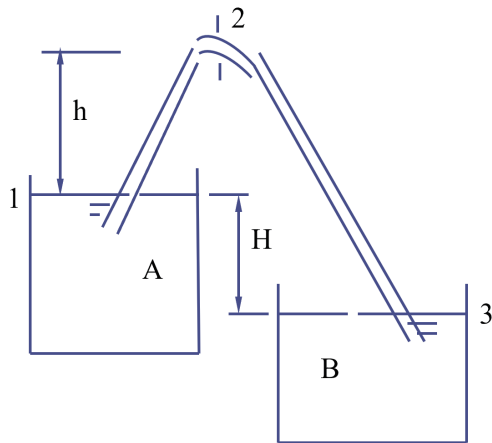
对1-1、3-3列总流的伯努利方程

$$\frac{p_a}{\rho g} = -H + \frac{p_a}{\rho g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\Downarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta}}$$

进而可得流量



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

对1-1、3-3列总流的伯努利方程

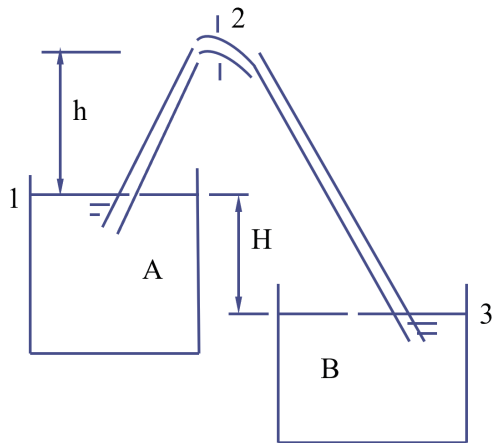
$$\frac{p_a}{\rho g} = -H + \frac{p_a}{\rho g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\Downarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta}}$$

进而可得流量

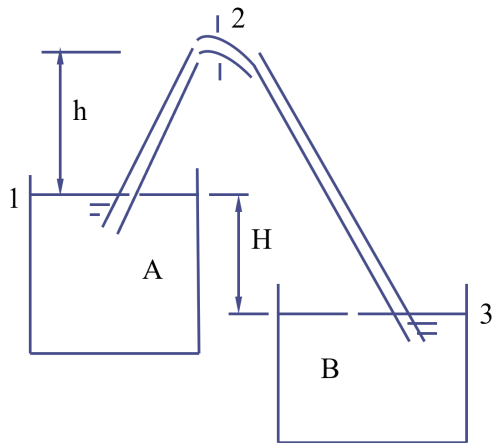
$$q_v = \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta}}$$



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

对1-1、2-2列总流的伯努利方程



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

对1-1、2-2列总流的伯努利方程

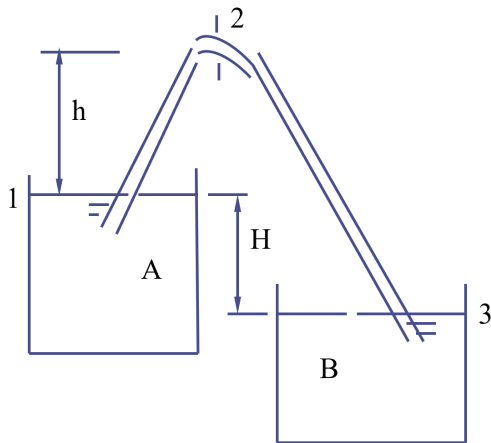
$$\frac{p_a}{\rho g} = h + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1 \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{p_a - p_2}{\rho g} = h_V = h + \left(1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1 \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$= h + \frac{1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1}{\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta} H$$

允许吸水高度



管内黏性流动的能量损失 · 综合应用举例：虹吸

液体由管道从较高液位的一端经过高出液面的管段自动流向较低液位的另一端。

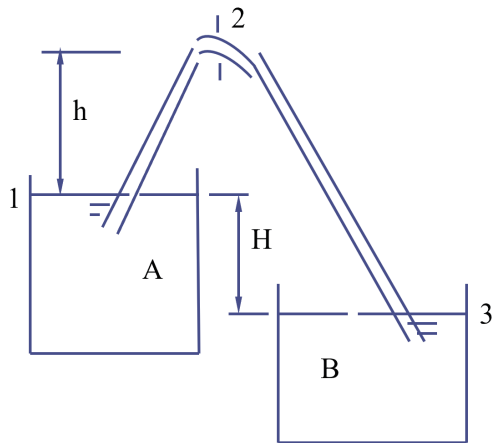
对1-1、2-2列总流的伯努利方程

$$\frac{p_a}{\rho g} = h + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1 \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{p_a - p_2}{\rho g} = h_V = h + \left(1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1 \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$= h + \frac{1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1}{\lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1} H$$



允许吸水高度

$$h < \frac{p_a - p_s}{\rho g} - \left(1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1 \right) \frac{v^2}{2g} = \frac{p_a - p_s}{\rho g} - \frac{1 + \lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1}{\lambda \frac{l_1}{d} + \sum \zeta_1} H$$

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算**
- ⑧ 总结与思考

管路计算 · 串联管道、并联管道、分支管道、管网

课后自学

提纲

- ① 流动阻力
- ② 管内层流
- ③ 平板间的层流
- ④ 管内湍流
- ⑤ 沿程阻力和局部阻力系数
- ⑥ 管内黏性流动的能量损失
- ⑦ 管路计算
- ⑧ 总结与思考**

习题作业

7-11、7-18、7-20、7-24、7-26、7-30

Thanks!
Welcome Questions